

Wettermast Hamburg

# Datenauswertung zur messwertgestützten Turbulenzparametrisierung in Ausbreitungsmodellen

im Auftrag des LANUV NRW

(Unterauftragnehmer des Ing.-Büros Janicke)

BVB Erstellungsvertrag 6765/41-6001048

5. Juli 2011

INGO LANGE, GERHARD PETERS, BURGHARD BRÜMMER, KlimaCampus Hamburg / Universität Hamburg

## Inhalt

Inhalt .....	1
Datengrundlage und -aufbereitung .....	1
Schubspannungsgeschwindigkeit $u^*$ .....	4
MONIN-OBUCHOW-Stabilitätsparameter MOS .....	7
Bestimmung der Rauigkeitslänge $z_0$ .....	8
Einordnung in KLUG-MANIER-Stabilitätsklassen .....	10
Mischungsschichthöhe $h_m$ .....	11
Profile der Windrichtung .....	17
Streuung der Windrichtung .....	19
Profile der Windgeschwindigkeit .....	23
Profile der Standardabweichungen .....	26
Abhängigkeit vom Auswerteintervall .....	35
Austauschkoeffizient .....	37
Dissipationsrate .....	39
LAGRANGESche Zeitskala .....	41
Theoretische Profile der Standardabweichung .....	44
Temperatur-Profile .....	49
Anhang .....	51

## Datengrundlage und -aufbereitung

In die Auswertung gehen die Messdaten von Ultraschall-Anemometern des Typs METEK USAT-2 ein, die mit einer Aufzeichnungsfrequenz von 20 Hz betrieben werden und deren Turbulenzwerte sich zunächst auf ein Auswertungsintervall von 5 Minuten beziehen. Die Geräte sind an einem Gittermast auf einer Wiese in **10 m** Höhe installiert sowie am großen Sendemast in den Höhen **50, 110, 175 und 250 m**. Am großen Sendemast (Stahlrohrmast mit

etwa 1,6 m Durchmesser) sind die Geräte etwa 6 m vom Mast Richtung Süden entfernt angebracht. Der Nordsektor wird später ausgeblendet.



Der Zeitraum für die Daten sind die acht Kalenderjahre **2002 bis 2009**. In dieser Zeit sind keine größeren Lücken in den Zeitreihen vorhanden, maximal wenige Tage. Die Zeitreihen werden später so aufbereitet, dass nur solche Zeitpunkte in die Auswertung eingehen, zu denen sämtliche Daten aus allen Höhen vorhanden sind.

Folgende Zeitreihen gehen für jede Höhe in die Auswertung ein:

X	Windgeschwindigkeitskomponente in $x$ -Richtung
Y	Windgeschwindigkeitskomponente in $y$ -Richtung
Z	Windgeschwindigkeitskomponente in $z$ -Richtung
T	Temperatur (genauer: Schalltemperatur)
XSIG	Standardabweichung der $x$ -Windgeschwindigkeitskomponente
YSIG	Standardabweichung der $y$ -Windgeschwindigkeitskomponente
ZSIG	Standardabweichung der $z$ -Windgeschwindigkeitskomponente
XYCOV	Kovarianz der $x$ - und $y$ -Windgeschwindigkeitskomponenten
XZCOV	Kovarianz der $x$ - und $z$ -Windgeschwindigkeitskomponenten
YZCOV	Kovarianz der $y$ - und $z$ -Windgeschwindigkeitskomponenten
ZTCOV	Kovarianz der $z$ -Windgeschwindigkeitskomponente und der Temperatur

Dabei zeigen die drei Windgeschwindigkeitskomponenten in folgende Richtungen eines linkshändigen Koordinatensystems:

- X: Wind von Süd nach Nord
- Y: Wind von West nach Ost
- Z: Wind von unten nach oben

Durch einfaches Umbenennen der Zeitreihen wird das übliche rechtshändige Koordinatensystem mit den Koordinatenrichtungen  $u$ ,  $v$  und  $w$  erzeugt:

- X  $\rightarrow$  V
- Y  $\rightarrow$  U
- Z  $\rightarrow$  W

Dabei ist nun

U: Wind von West nach Ost  
V: Wind von Süd nach Nord  
W: Wind von unten nach oben

## Synchronisation

Werte zu Zeitpunkten, an denen in einer anderen Zeitreihe eine Lücke vorhanden ist, werden gelöscht, so dass Lücken und Messwerte in allen Zeitreihen gleich sind.

## Umrechnung auf Stundenbasis

Die auf 5-Minuten-Intervallen basierenden Wind- und Turbulenzwerte werden auf Stundenbasis umgerechnet. Dies geschieht je nach Messgröße auf unterschiedliche Weise:

U, V, W und T als arithmetisches Mittel

USIG, VSIG und WSIG mit Verknüpfungsformel für Standardabweichungen

UVCOV, UWCOV, VWCOV und WTCOV mit Verknüpfungsformel für Kovarianzen

Im Ergebnis erhält man Zeitreihen, die solchen entsprechen, die von vornherein mit einem Auswertungsintervall von 1 Stunde aufgezeichnet worden wären.

## Neuberechnung von Windgeschwindigkeit und Windrichtung

Windgeschwindigkeit und Windrichtung berechnen sich wie folgt aus obigen Zeitreihen der Windkomponenten  $u$  und  $v$ :

$$V = \sqrt{u^2 + v^2} \qquad \delta = \arctan2(-u, -v) \qquad [\rightarrow \text{Zeitreihen VEL und DIR}]^1$$

## Ausblendung des Nordsektors (Mast)

Nach WAMSER (1976) wird der Nordsektor ausgeblendet, da davon auszugehen ist, dass bei Wind aus diesen Richtungen die Messung durch die Umströmung des Mastes gestört sein wird. Gelöscht werden alle Messungen, bei denen im Stundenmittel der Wind in 110 m Höhe aus dem Sektor von 320° bis 40° kommt.

Von 66018 Messstunden bleiben danach noch 59268 übrig.

## Festlegung von Richtungssektoren

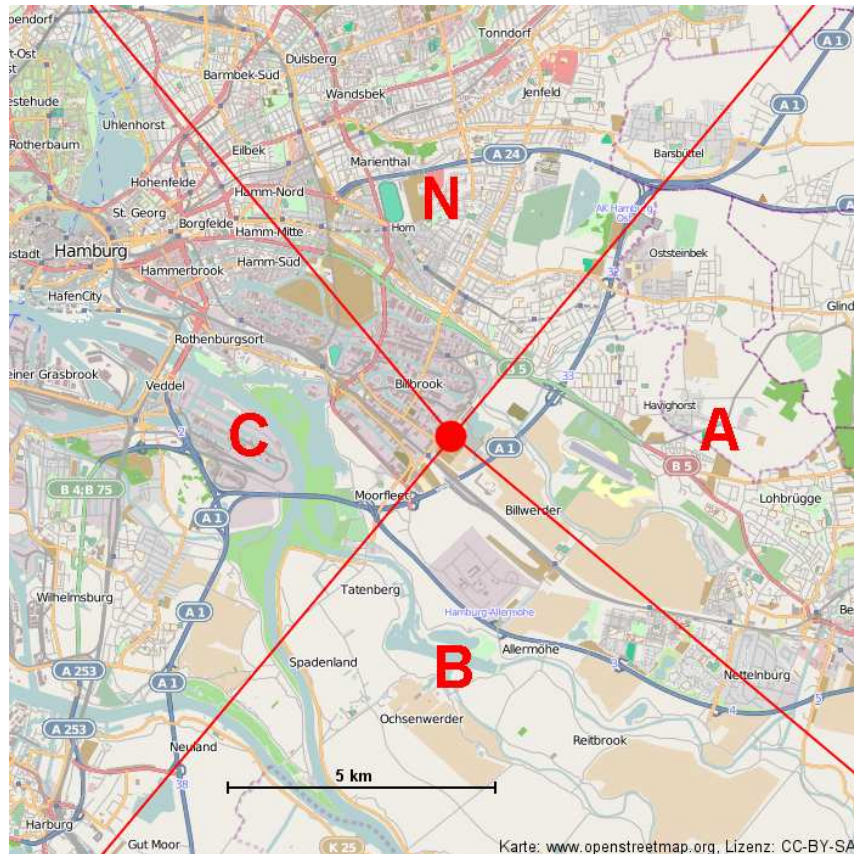
Ebenfalls nach WAMSER (1976) werden die Windrichtungen außerhalb des Nordsektors in drei etwa gleich große Sektoren unterteilt, denen offensichtlich eine unterschiedliche Rauigkeit zugesprochen werden kann. Diese Sektoren sind

- A** „Stadtgebiet“ von **40° bis 130°** (90° breiter Ostsektor, 14006 Werte)
- B** „Wiesen und Felder“ von **130° bis 220°** (90° breiter Südsektor, 11886 Werte)
- C** „Industrie und Hafenanlagen“ von **220° bis 320°** (100° breiter Westsektor, 26755 Werte)

Die Sektoren A, B und C sind in der Arbeit von WAMSER mit I, II und III bezeichnet, was im Folgenden jedoch zu Verwechslungen mit den Stabilitätsklassen nach KLUG-MANIER führen würde.

---

<sup>1</sup> Verweis auf Daten und Hinweise für die Autoren



## Schubspannungsgeschwindigkeit $u^*$

### Neuberechnung von $u^*$

Die Schubspannungsgeschwindigkeit  $u^*$  auf Stundenbasis wird nach derselben Formel berechnet wie im USAT-2 von METEK aus den mittleren Windkomponenten, deren Standardabweichungen und den drei zugehörigen Kovarianzen:

$$u^* = \sqrt{\text{cov } l_i w_i (\sin^2 \varphi - \cos^2 \varphi) + (\text{var } l_i - \text{var } w_i) \sin \varphi \cos \varphi}$$

mit

$$\text{cov } l_i w_i = \text{cov } v_i w_i \sin \theta + \text{cov } u_i w_i \cos \theta$$

$$\text{var } l_i = \text{var } u_i \cos^2 \theta + 2 \text{cov } u_i v_i \sin \theta \cos \theta + \text{var } v_i \sin^2 \theta$$

$$\sin \varphi = w / \sqrt{V^2 + w^2}$$

$$\cos \varphi = V / \sqrt{V^2 + w^2}$$

$$\theta = \arctan2(v, u)$$

[→ Zeitreihe USTAR]

Unter idealen Messbedingungen ist die mittlere Vertikalgeschwindigkeit  $w = 0$ .  $u^*$  ist dann im Prinzip die Wurzel aus dem nach unten gerichteten Impulsfluss:

$$u^* = \sqrt{-\text{cov } l_i w_i}$$

Das so definierte  $u^*$  kann in ungünstigen Fällen imaginär werden. Ein negativer Radikand entspricht aufwärts gerichteten Impulsflüssen. In diesen Fällen wird zunächst ein negativer Wert für  $u^*$  ausgegeben (die negative Wurzel des Betrages des Radikanden), der später jedoch besonders behandelt werden muss.

## Alternative Berechnung von $u^*$

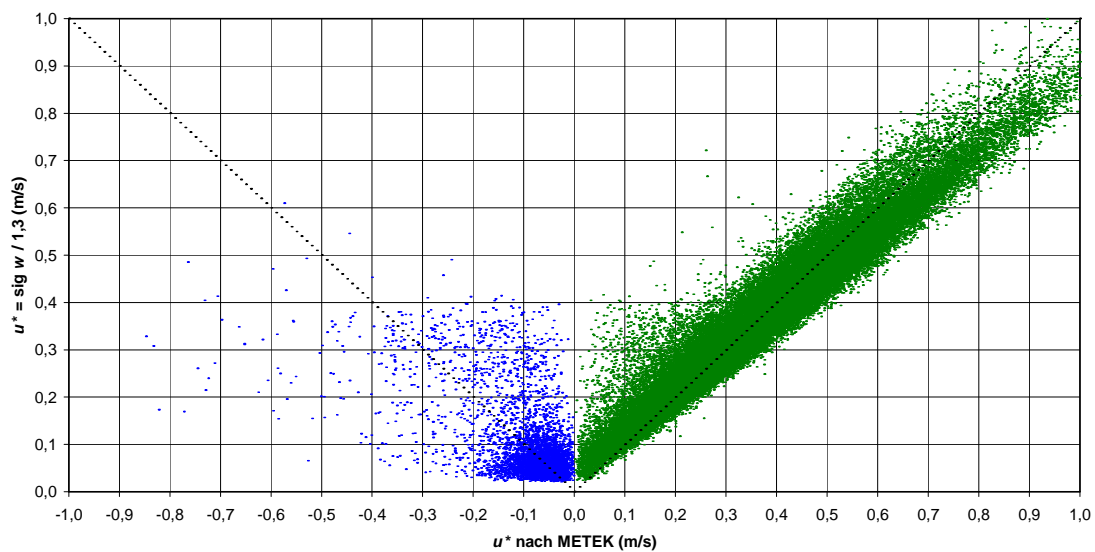
Alternativ wird zusätzlich  $u^*$  nach der vereinfachten Formel  $u^* = \sigma_w / 1,3$  berechnet. Dieses  $u^*$  kann immer berechnet werden und ist immer positiv. Es ist zu prüfen, ob diese Variante besser für die nachfolgenden Betrachtungen geeignet sein kann.

[→ Zeitreihe USTARW]

## Punktdiagramm, Häufigkeitsverteilungen und Höhenprofile von $u^*$

Um ein geeignetes  $u^*$  für die weiteren Berechnungen festzulegen, werden beide Varianten zunächst in einem Punktdiagramm gegenübergestellt. Verwendet werden die Werte aus 10 m Höhe, die der üblichen Anemometerhöhe entspricht.

$u^*$  nach METEK gegen  $u^* = \text{sig } w / 1,3$  in 10 m Höhe

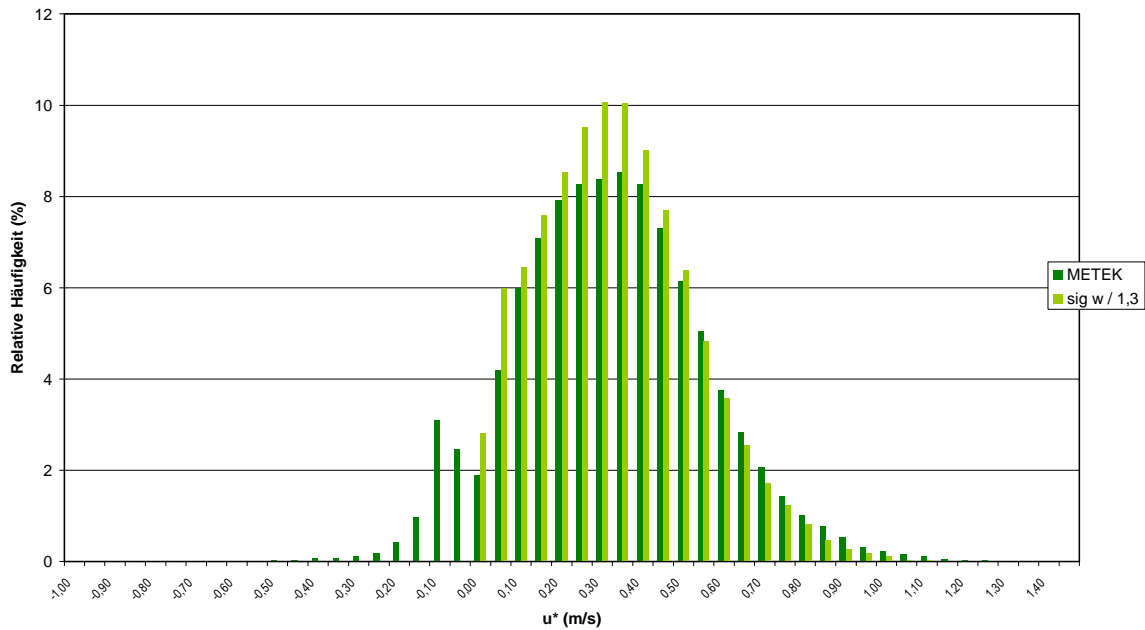


Den negativen (eigentlich imaginären) Werten von  $u^*$  nach METEK stehen natürlich positive Werte von  $u^*$  nach der alternativen Formel gegenüber. Diese Messzeitpunkte wurden gelöscht, da sie auf untypische Zustände der Grenzschicht hindeuten.

Im positiven Quadranten stimmen die Werte beider Berechnungen jedoch gut überein. Bei kleineren Werten liegen die  $u^*$  aus  $\sigma_w$  etwas höher, was vermutlich auf Situationen mit thermisch induzierter Turbulenz zurückzuführen ist. Bei größeren Werten sind die METEK-Werte dagegen etwas höher. Anhand dieser Darstellung kann keinem Verfahren der Vorzug gegeben werden.

Die folgende Abbildung zeigt die Häufigkeitsverteilungen von  $u^*$  nach beiden Berechnungsarten.

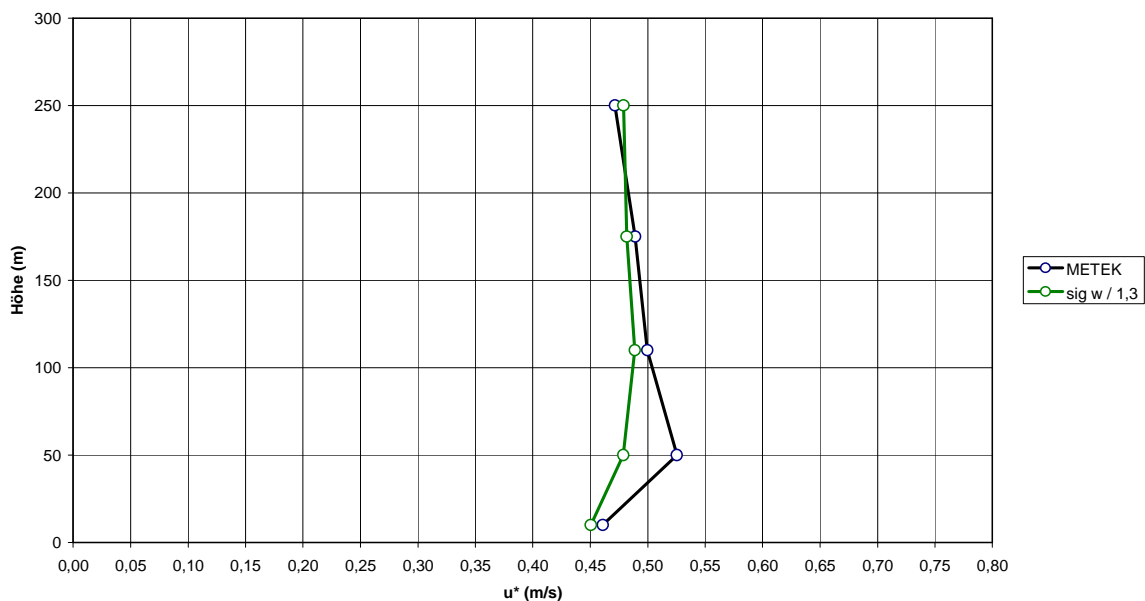
Häufigkeitsverteilung von  $u^*$  in 10 m Höhe nach METEK und gemäß  $\sigma_w / 1,3$



Auch hier fehlen natürlich negative Werte bei der Berechnung aus  $\sigma_w$ . Im positiven Bereich gibt es in der Nähe des Maximums deutlich mehr Werte aus  $\sigma_w$  als nach der METEK-Formel, die Form der Verteilung insbesondere an den Flanken ist jedoch praktisch identisch, so dass auch hieraus keine Bevorzugung eines Berechnungsverfahrens abgeleitet werden kann.

Als letztes zeigt die folgende Abbildung die beiden mittleren Höhenprofile von  $u^*$  nach beiden Varianten. Dazu wurde  $u^*$  jeweils aus den entsprechenden Messwerten in den einzelnen Höhen berechnet und dann gemittelt. In diese Berechnung gehen nur solche Messzeitpunkte ein, zu denen in allen Höhen das  $u^*$  nach der METEK-Formel größer als 0,1 m/s ist, da die negativen (eigentlich imaginären) Werte in der Mittelung keinen Sinn ergeben würden.

Mittlere Höhenprofile von  $u^*$  nach METEK und  $u^* = \sigma_w / 1,3$   
(nur Zeitpunkte mit  $u^*$  nach METEK > 0,1 m/s in allen Höhen)



Hier zeigt sich neben der guten Übereinstimmung in den Höhen 10, 110, 175 und 250 m ein deutlicher Unterschied in 50 m Höhe, dessen Grund bisher unbekannt ist. Für die relevante 10 m-Höhe ist aber anhand der Profile keiner Variante der Vorzug zu geben.

Nach den obigen Betrachtungen führen beide Berechnungen von  $u^*$  zu nahezu gleichen Ergebnissen, sofern das  $u^*$  nach METEK nicht imaginär ist. Da jedoch die METEK-Formel den Vorteil hat, unerwünschte Zustände der Grenzschicht durch einen imaginären Wert zu kennzeichnen, der für die Filterung der Daten verwendet werden kann, wird in den weiteren Betrachtungen dieser Variante der Vorzug gegeben.

### **Filterung nach $u^*$**

Für die folgende Auswertung werden nur solche Messzeitpunkte (Stunden) verwendet, zu denen  $u^*$  in 10 m Höhe nicht imaginär und größer als 0,1 m/s ist. Dadurch werden viele „untypische“ Zustände der Grenzschicht wie ein positiver Impulsfluss herausgefiltert. Von 59268 Messungen bleiben danach noch 49349 übrig.

## **MONIN-OBUCHOW-Stabilitätsparameter MOS**

Der MONIN-OBUCHOW-Stabilitätsparameter (MOS) ist der Kehrwert der MONIN-OBUCHOW-Länge und ein Maß für die Stabilität der Grenzschicht. Bei Werten um 0 liegt eine neutrale Schichtung vor, bei positiven Werten eine stabile und bei negativen Werte eine labile.

### **Berechnung von MOS**

Der MONIN-OBUCHOW-Stabilitätsparameter berechnet sich für jeden Messzeitpunkt nach der Formel

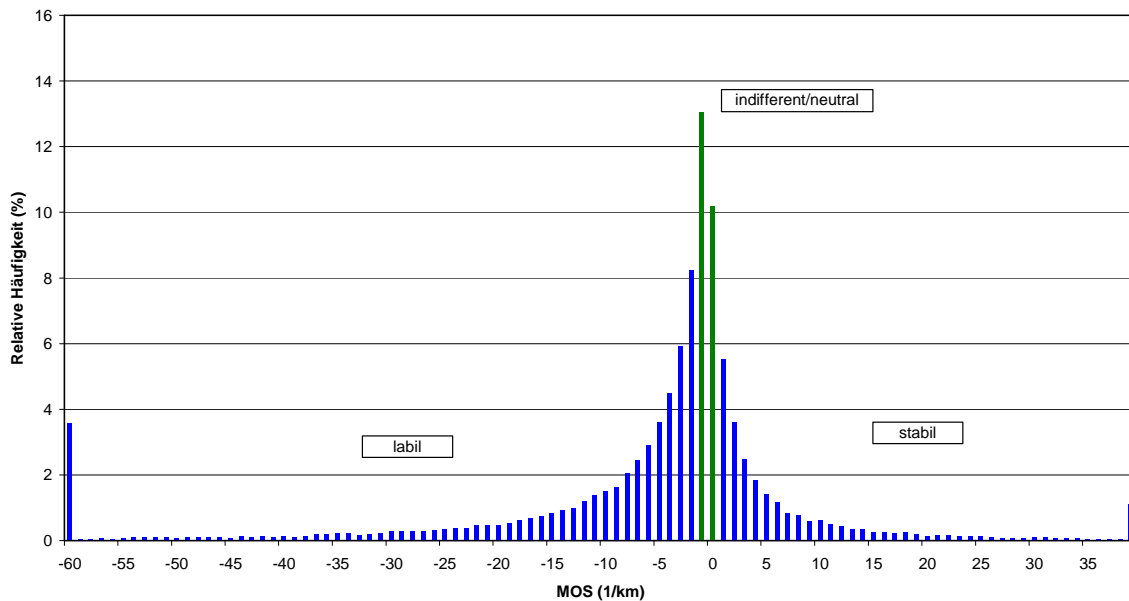
$$\text{MOS} = -k g \text{ cov } w_i T_i / T_K u^{*3}$$

mit  $k = 0,4$ ,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ,  $T_K = T + 273,15 \text{ K}$ . Dabei ist  $T$  die vom USAT-2 gemessene (Schall-) Temperatur. Die Berechnung wird für die 10 m-Höhe vorgenommen.

### **Häufigkeitsverteilung von MOS**

Die folgende Abbildung zeigt die Häufigkeitsverteilung von MOS über alle in die Auswertung einfließenden Messzeitpunkte. Die Werte für MOS wurden dazu in die handlichere Einheit 1/km umgerechnet:

Häufigkeitsverteilung des Monin-Obuchow-Stabilitätsparameters (MOS) in 10 m Höhe  
(für  $u^* \geq 0,1$  m/s in 10 m Höhe, ohne Nordsektor)



## Bestimmung der Rauigkeitslänge $z_0$

Für die Bestimmung der Rauigkeitslänge  $z_0$  sollen nur solche Messzeitpunkte verwendet werden, in denen die Grenzschicht keine untypischen Fälle wie aufwärts gerichteten Impulsfluss aufweist und in der möglichst eine neutrale Schichtung vorliegt. Für das erste Kriterium wird  $u^*$  herangezogen, für das zweite der MONIN-OBUCHOW-Stabilitätsparameter MOS.

$z_0$  wird getrennt für die drei Sektoren A, B und C bestimmt.

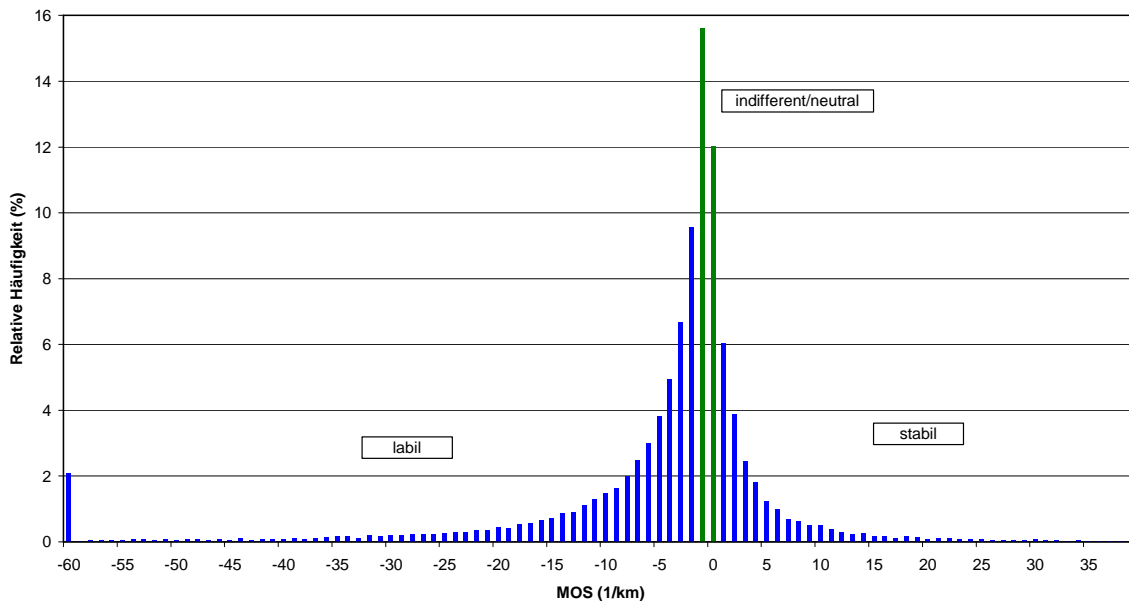
## Filterung nach $u^*$

Es werden alle Messzeitpunkte gelöscht, bei denen  $u^*$  in irgendeiner Höhe imaginär oder kleiner als 0,1 m/s ist. Von 49349 Messungen bleiben danach noch 38668 übrig.

## Häufigkeitsverteilung von MOS

Die folgende Häufigkeitsverteilung von MOS enthält im Gegensatz zu der oben gezeigten nur die nach der strengeren Filterung nach  $u^*$  übrig gebliebenen Fälle:

Häufigkeitsverteilung des Monin-Obuchow-Stabilitätsparameters (MOS) in 10 m Höhe  
(für  $u^* \geq 0,1$  m/s in allen Höhen, ohne Nordsektor)



Als neutrale Fälle können alle MOS-Werte zwischen  $-1 / \text{km}$  und  $1 / \text{km}$  angesehen werden. In diesem Intervall liegen 10694 Werte (27,66 % der hier betrachteten 38668 Fälle).

## Berechnung von $z_0$

Zur Bestimmung von  $z_0$  wird zunächst für jede Stunde und jede Höhe die „normierte Windgeschwindigkeit“  $V / u^*$  berechnet. Dabei ist immer das jeweilige  $u^*$  aus 10 m Höhe zu nehmen. Mittelt man nun für jede Höhe und jeden Sektor die Werte  $V / u^*$ , erhält man aus der Formel für das logarithmische Windprofil für jede Höhe den Rauigkeitsparameter  $z_0$ :

$$z_0 = h / [\exp(k V / u^*) + 6]$$

Dabei ist  $h$  die Höhe und  $k = 0,4$ . Die 6 stammt aus dem logarithmischen Windprofil und definiert nach TA-Luft die Verdrängungshöhe auf das 6-fache von  $z_0$ .

Es ergeben sich im Einzelnen folgende Werte für  $z_0$ :

	10 m	50 m	110 m	175 m	250 m	
Sektor A	<b>19,9</b> cm	15,6 cm	6,5 cm	2,5 cm	1,1 cm	1394 Werte
Sektor B	<b>23,9</b> cm	23,3 cm	7,8 cm	3,3 cm	1,3 cm	1356 Werte
Sektor C	<b>38,6</b> cm	28,1 cm	18,3 cm	10,1 cm	5,4 cm	7943 Werte

Die Werte für  $z_0$  werden mitzunehmender Höhe systematisch kleiner. Dies weist darauf hin, dass die Prandtl-Schicht-Parametrisierungen nur noch eingeschränkt anwendbar sind.

Desweiteren sind die  $z_0$ -Werte für Sektor A durchgehend etwas geringer als die für Sektor B und die Werte für Sektor C überall deutlich größer als in Sektor B. Damit wäre der Westsektor mit seinen ausgedehnten Industrieanlagen im Stadtteil Billbrook deutlich rauer als die beiden zum großen Teil ländlichen Ost- und Südsektoren, was durchaus zu erwarten ist.

Die Berechnungsmethode für  $z_0$  liefert also konsistente Werte für die drei Sektoren. Im weiteren Vorgehen werden nun die auf 5 cm gerundeten Werte aus 10 m Höhe verwendet:

Sektor A: 20 cm  
 Sektor B: 25 cm  
 Sektor C: 40 cm

## Einordnung in KLUG-MANIER-Stabilitätsklassen

Die Ermittlung der Stabilitätsklassen nach KLUG-MANIER erfolgt gemäß TA-Luft, Seite 224.

Die Tabelle nach KLUG-MANIER zeigt Spalten für die  $z_0$ -Werte 1 cm, 2 cm, 5 cm, 10 cm, 20 cm, 50 cm, 100 cm, 150 cm und 200 cm. Die oben ermittelten  $z_0$ -Werte werden jeweils der nächstgelegenen Spalte zugeordnet:

Sektor A  $z_0$  gemessen: 20 cm  $z_0$ -Spalte in KLUG-MANIER-Tabelle: 20 cm  
 Sektor B  $z_0$  gemessen: 25 cm  $z_0$ -Spalte in KLUG-MANIER-Tabelle: 20 cm  
 Sektor C  $z_0$  gemessen: 40 cm  $z_0$ -Spalte in KLUG-MANIER-Tabelle: 50 cm

Die Grenzen zwischen zwei Stabilitätsklassen sollen nach TA-Luft als harmonisches Mittel der MONIN-OBUCHOW-*Längen* in den beiden benachbarten Klassen ermittelt werden. Da in der vorliegenden Untersuchung bereits die Werte als MONIN-OBUCHOW-*Stabilitätsparameter* (MOS) und damit als Kehrwert der MONIN-OBUCHOW-Länge vorliegen, sind die Grenzen die Mittelwerte der MOS-Werte beider benachbarter Klassen.

Dies ergibt für die beiden relevanten  $z_0$ -Spalten folgende Klasseneinteilung (MOS in 1/km):

$z_0 =$	20 cm	50 cm
<b>Klasse:</b>		
→ Grenze	$\infty$	$\infty$
<b>I (sehr stabil)</b>	<b>41,67</b>	<b>25,00</b>
→ Grenze	26,86	16,10
<b>II (stabil)</b>	<b>12,05</b>	<b>7,19</b>
→ Grenze	6,02	3,60
<b>III/1 (indifferent)</b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>
→ Grenze	-6,17	-3,85
<b>III/2 (indifferent)</b>	<b>-12,35</b>	<b>-7,69</b>
→ Grenze	-20,88	-12,94
<b>IV (labil)</b>	<b>-29,41</b>	<b>-18,18</b>
→ Grenze	-50,42	-31,82
<b>V (sehr labil)</b>	<b>-71,43</b>	<b>-45,45</b>
→ Grenze	$-\infty$	$-\infty$

Rundet man die Grenzen auf ganze Zahlen, erhält man folgende MOS-Intervalle:

Für  $z_0 = 20$  cm (Sektoren A und B):

				Anzahl Werte in Sektoren (% aller Werte)	
				A	B
V (sehr labil)		MOS	< -50	797 ( 1,6 %)	767 ( 1,6 %)
IV (labil)	-50 ≤	MOS	< -21	1002 ( 2,0 %)	1121 ( 2,3 %)
III/2 (indifferent)	-21 ≤	MOS	< -6	2727 ( 5,5 %)	2338 ( 4,7 %)
III/1 (indifferent)	-6 ≤	MOS	< 6	6814 (13,8 %)	5696 (11,5 %)
II (stabil)	6 ≤	MOS	< 27	1252 ( 2,5 %)	1104 ( 2,2 %)
I (sehr stabil)	27 ≤	MOS		331 ( 0,7 %)	216 ( 0,4 %)
				12923 (26,2 %)	11242 (22,8 %)

Für  $z_0 = 50$  cm (Sektor C):

				C
--	--	--	--	---

V (sehr labil)		MOS	< -32	914 ( 1,8 %)
IV (labil)	$-32 \leq$	MOS	< -13	1391 ( 2,8 %)
III/2 (indifferent)	$-13 \leq$	MOS	< -4	3748 ( 7,6 %)
III/1 (indifferent)	$-4 \leq$	MOS	< 4	16445 (33,3 %)
II (stabil)	$4 \leq$	MOS	< 16	1909 ( 3,9 %)
I (sehr stabil)	$16 \leq$	MOS		777 ( 1,6 %)
				25184 (51,0 %)

## Mischungsschichthöhe $h_m$

Die Auswertung soll innerhalb der sechs Stabilitätsklassen nach KLUG-MANIER außerdem nach unterschiedlichen Mischungsschichthöhen differenziert werden.

### Berechnung der Mischungsschichthöhe

Die Höhe der Mischungsschicht wird nach VDI-Richtlinie 3783, Bl. 8, S. 29 mit folgender Formel abgeschätzt:

$$h_m = \max [250 \text{ m}, \min (800 \text{ m}, c_2 \sqrt{u^* L_M / f})]$$

mit

250 m: minimale Mischungsschichthöhe

800 m: maximale Mischungsschichthöhe, auch für alle labilen und neutralen Fälle

$$c_2 = 0,7$$

$$L_M = 1 / \text{MOS (MONIN-OBUCHOW-Länge)}$$

$$f = 117,2665 \cdot 10^{-6} / \text{s (CORIOLIS-Parameter für } 53,5199^\circ \text{ N)}$$

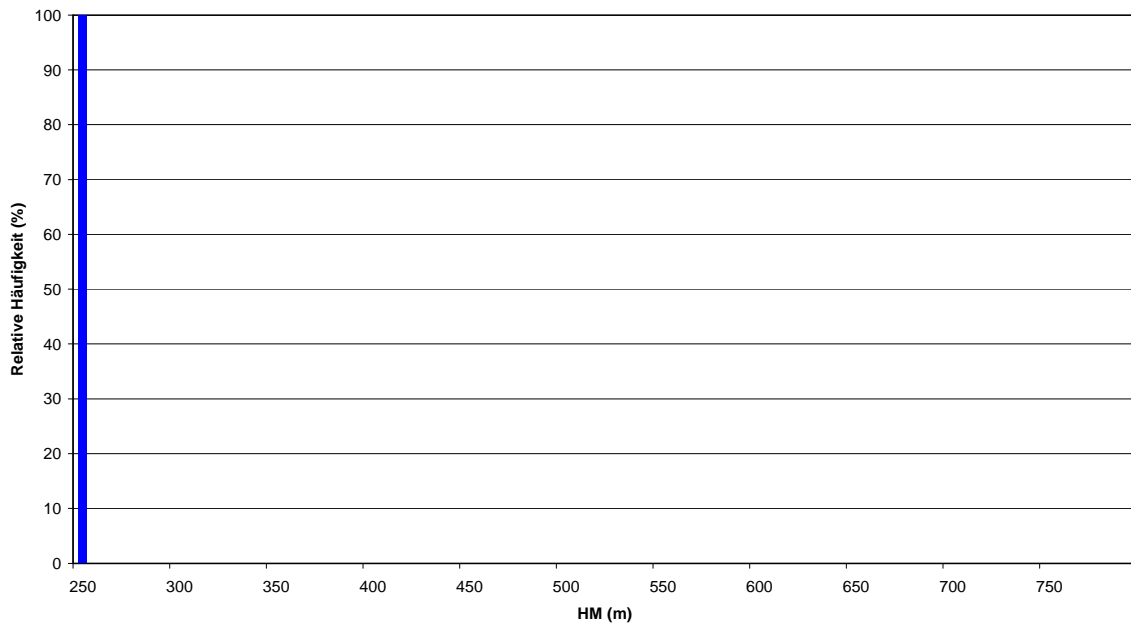
[→ Zeitreihe HM]

Dabei werden  $u^*$  und MOS aus 10 m Höhe verwendet.

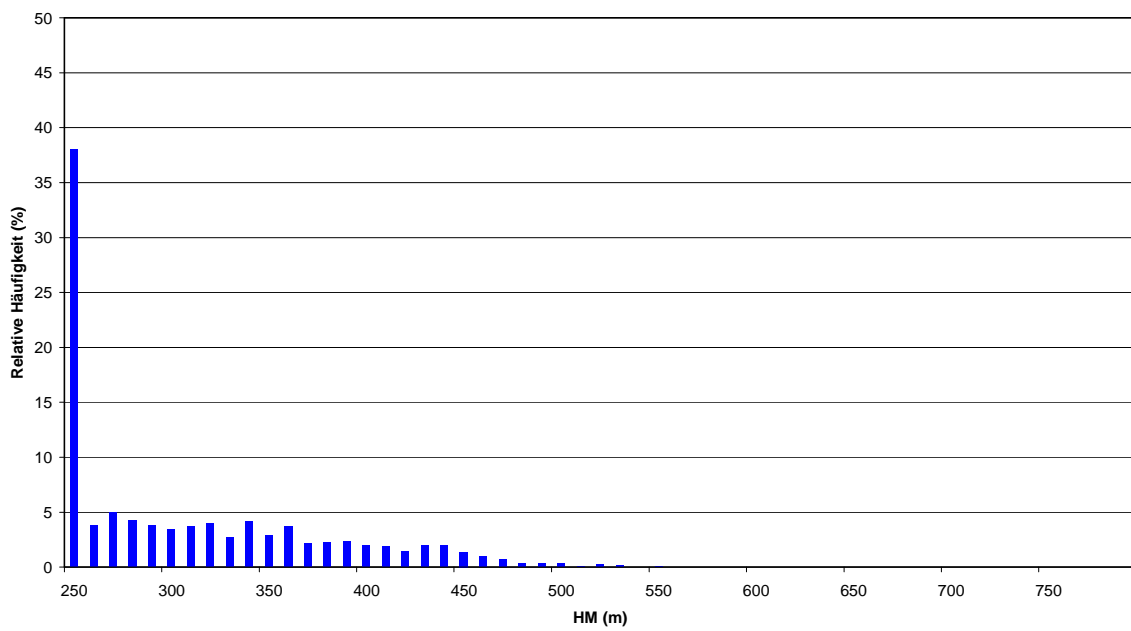
### Häufigkeitsverteilungen für $h_m$

Es werden die Häufigkeitsverteilungen für die Mischungsschichthöhe für 55 Intervalle à 10 m von 250 bis 800 m jeweils über alle Werte sowie für die einzelnen Sektoren A, B und C und darin für die stabilen Stabilitätsklassen I, II und III1 berechnet.

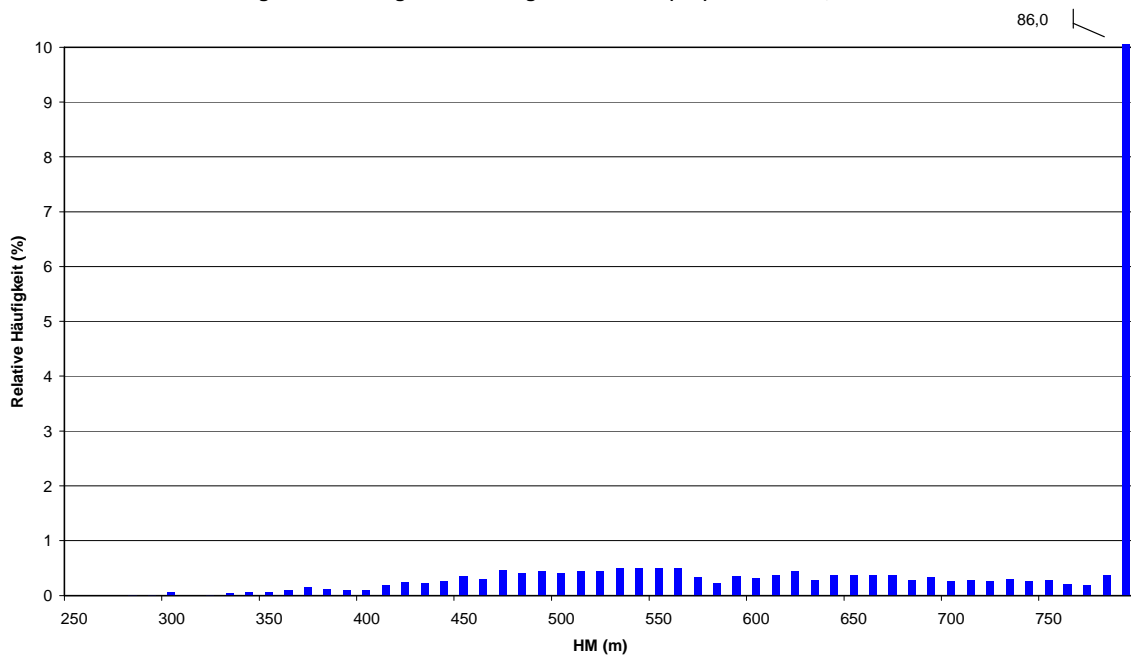
Häufigkeitsverteilung der Mischungsschichthöhe (HM) für Sektor A, Klasse I



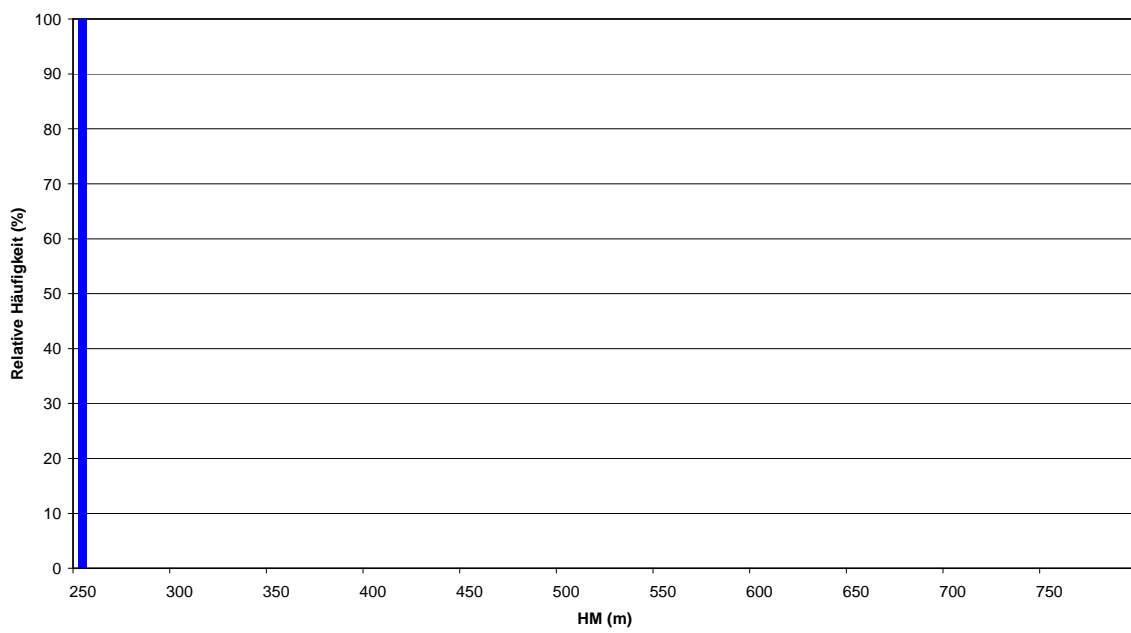
Häufigkeitsverteilung der Mischungsschichthöhe (HM) für Sektor A, Klasse II



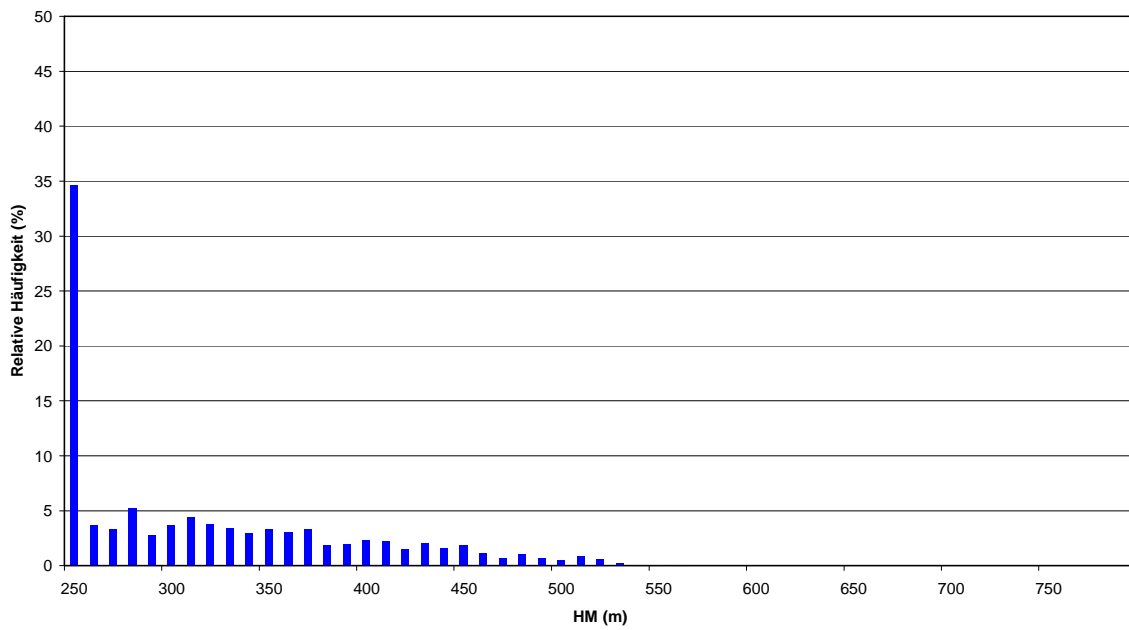
Häufigkeitsverteilung der Mischungsschichthöhe (HM) für Sektor A, Klasse III1



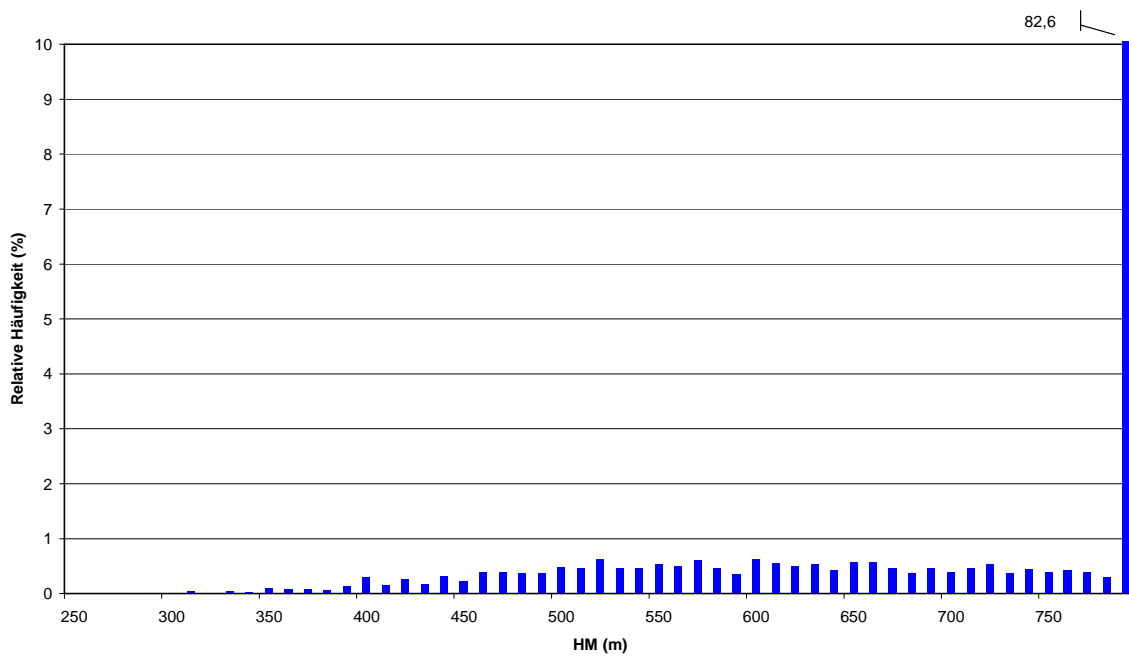
Häufigkeitsverteilung der Mischungsschichthöhe (HM) für Sektor B, Klasse I



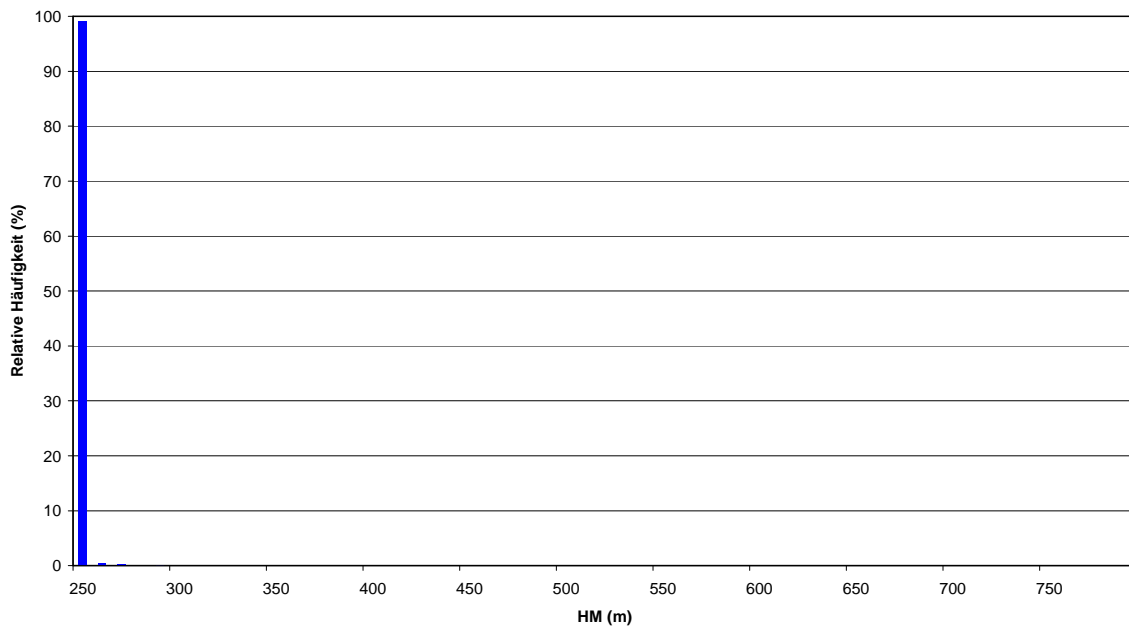
Häufigkeitsverteilung der Mischungsschichthöhe (HM) für Sektor B, Klasse II



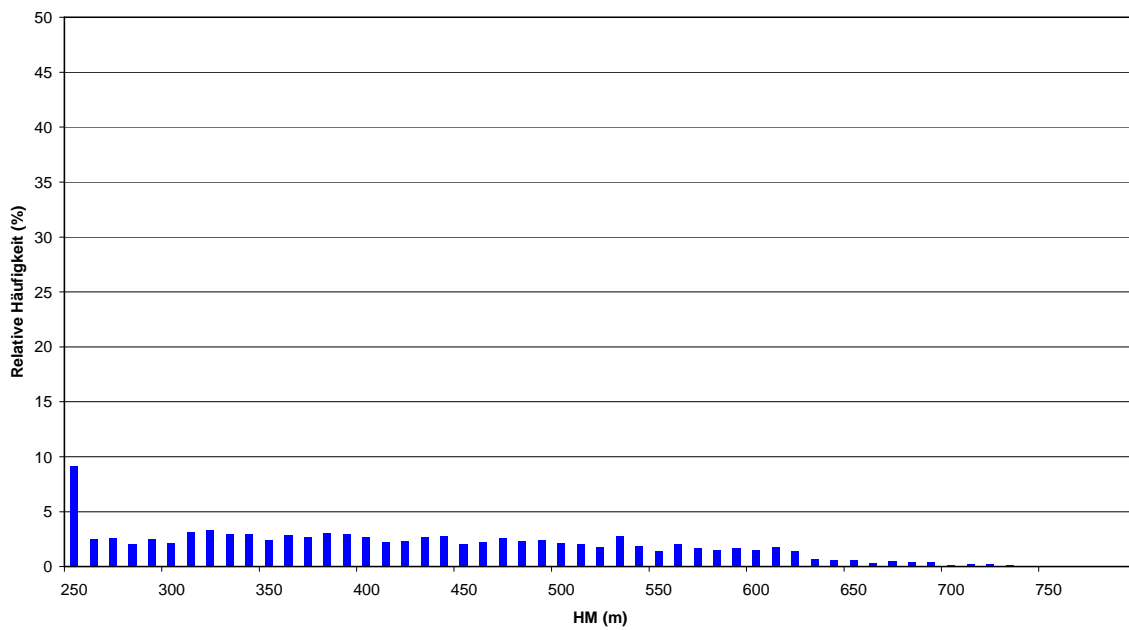
Häufigkeitsverteilung der Mischungsschichthöhe (HM) für Sektor B, Klasse III1

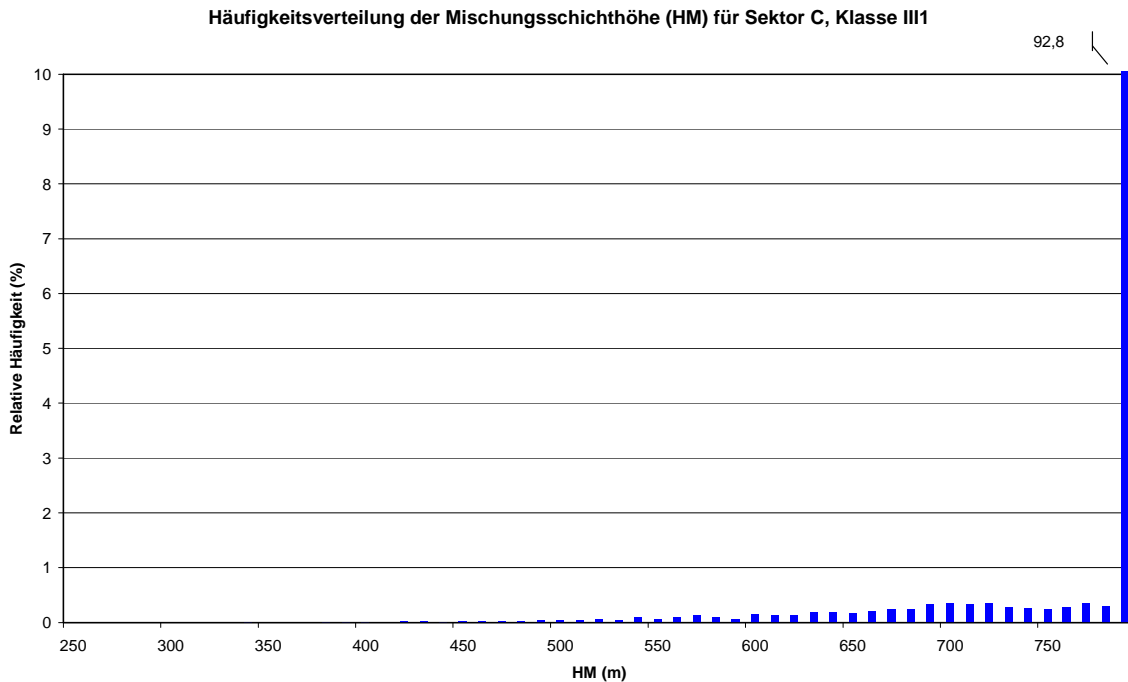


Häufigkeitsverteilung der Mischungsschichthöhe (HM) für Sektor C, Klasse I



Häufigkeitsverteilung der Mischungsschichthöhe (HM) für Sektor C, Klasse II





Die Häufigkeitsverteilungen ergeben zusammengefasst folgendes Bild:

- In der Stabilitätsklasse I (sehr stabil) ist  $h_m$  fast immer 250 m.
- In der Stabilitätsklasse II (stabil) ist  $h_m$  zu einem Teil 250 m und liegt zu einem weiteren Teil zwischen 250 und 800 m mit Häufung bei niedrigen Werten (typischerweise kleiner als 600 m).
- In der Stabilitätsklasse III1 (indifferent) ist in den meisten Fällen  $h_m$  800 m und liegt zu einem geringeren Teil zwischen 250 und 800 m mit einer Häufung bei hohen Werten (typischerweise größer als 400 m).
- In den Stabilitätsklassen III2, IV und V (indifferent bis sehr labil) ist  $h_m$  wegen  $MOS < 0$  nach obiger Formel immer 800 m.

### Auswahl von $h_m$ -Klassen

Aufgrund der Häufigkeitsverteilungen für  $h_m$  müssen die sechs Stabilitätsklassen teilweise noch weiter unterteilt werden in Klassen niedriger, mittlerer und hoher Mischungsschichthöhe (gekennzeichnet durch N, M und H).

In der folgenden Tabelle sind die in der weiteren Auswertung verwendeten acht Klassen durch Kreuze gekennzeichnet. Die nicht gekennzeichneten Klassen enthalten keine Messwerte, bis auf Klasse I-M in Sektor C, in der aber nur 7 Werte enthalten sind, die nicht berücksichtigt werden.

	$h_m < 260$ m	$260 \text{ m} \leq h_m < 790$ m	$h_m \geq 790$ m
	N	M	H
I	×		
II	×	×	
III1		×	×
III2			×
IV			×
V			×

In den einzelnen Klassen liegen folgende Anzahlen an Messwerten:

#### Sektor A:

I-N:	100,0 % aller Werte aus Klasse I (2,6 % aller Werte aus Sektor A [331])
II-N:	38,0 % aller Werte aus Klasse II (3,7 % aller Werte aus Sektor A [476])
II-M:	62,0 % aller Werte aus Klasse II (6,0 % aller Werte aus Sektor A [776])
III1-M:	14,0 % aller Werte aus Klasse III1 (7,4 % aller Werte aus Sektor A [953])
III1-H:	86,0 % aller Werte aus Klasse III1 (45,4 % aller Werte aus Sektor A [5861])
III2-H:	100,0 % aller Werte aus Klasse III2 (21,1 % aller Werte aus Sektor A [2727])
IV-H:	100,0 % aller Werte aus Klasse IV (7,8 % aller Werte aus Sektor A [1002])
V-H:	100,0 % aller Werte aus Klasse V (6,2 % aller Werte aus Sektor A [797])

#### Sektor B:

I-N:	100,0 % aller Werte aus Klasse I (1,9 % aller Werte aus Sektor B [216])
II-N:	34,7 % aller Werte aus Klasse II (3,4 % aller Werte aus Sektor B [383])
II-M:	65,3 % aller Werte aus Klasse II (6,4 % aller Werte aus Sektor B [721])
III1-M:	17,4 % aller Werte aus Klasse III1 (8,8 % aller Werte aus Sektor B [993])
III1-H:	82,6 % aller Werte aus Klasse III1 (41,8 % aller Werte aus Sektor B [4703])
III2-H:	100,0 % aller Werte aus Klasse III2 (20,8 % aller Werte aus Sektor B [2338])
IV-H:	100,0 % aller Werte aus Klasse IV (10,0 % aller Werte aus Sektor B [1121])
V-H:	100,0 % aller Werte aus Klasse V (6,8 % aller Werte aus Sektor B [767])

#### Sektor C:

I-N:	99,1 % aller Werte aus Klasse I (3,1 % aller Werte aus Sektor C [770])
II-N:	9,2 % aller Werte aus Klasse II (0,7 % aller Werte aus Sektor C [175])
II-M:	90,8 % aller Werte aus Klasse II (6,9 % aller Werte aus Sektor C [1733])
III1-M:	5,8 % aller Werte aus Klasse III1 (3,8 % aller Werte aus Sektor C [948])
III1-H:	94,2 % aller Werte aus Klasse III1 (61,5 % aller Werte aus Sektor C [15497])
III2-H:	100,0 % aller Werte aus Klasse III2 (14,9 % aller Werte aus Sektor C [3748])
IV-H:	100,0 % aller Werte aus Klasse IV (5,5 % aller Werte aus Sektor C [1391])
V-H:	100,0 % aller Werte aus Klasse V (3,6 % aller Werte aus Sektor C [914])

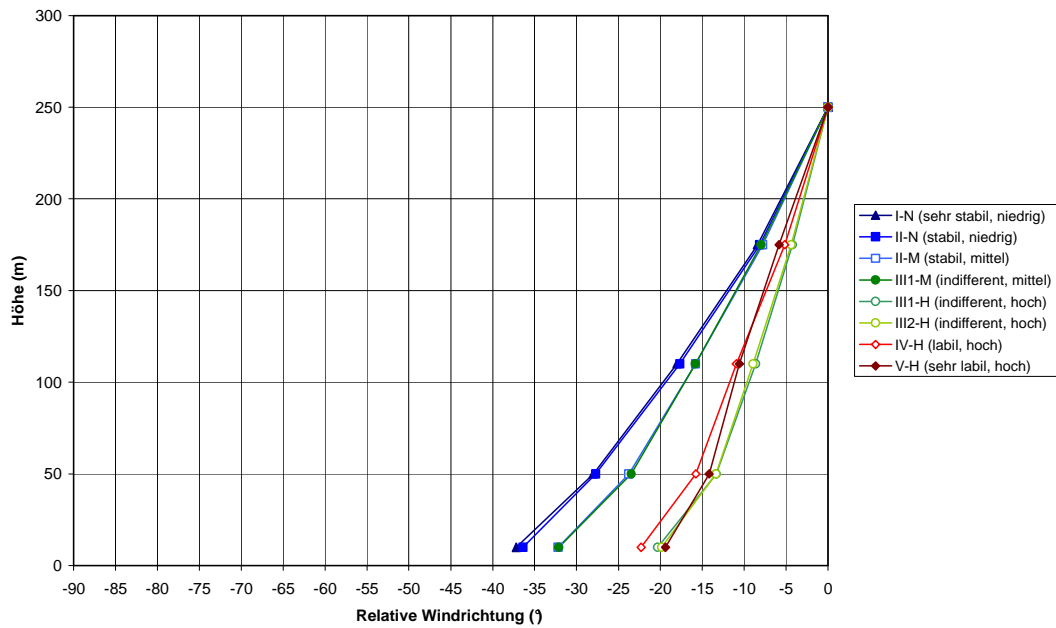
## Profile der Windrichtung

Bei der Abhängigkeit der Windrichtung von der Höhe interessiert im Wesentlichen die Änderung der Richtung, weniger die konkrete Richtung. Es wird deshalb zunächst für jede Höhe die relative Windrichtung bezüglich der Windrichtung in 250 m berechnet:

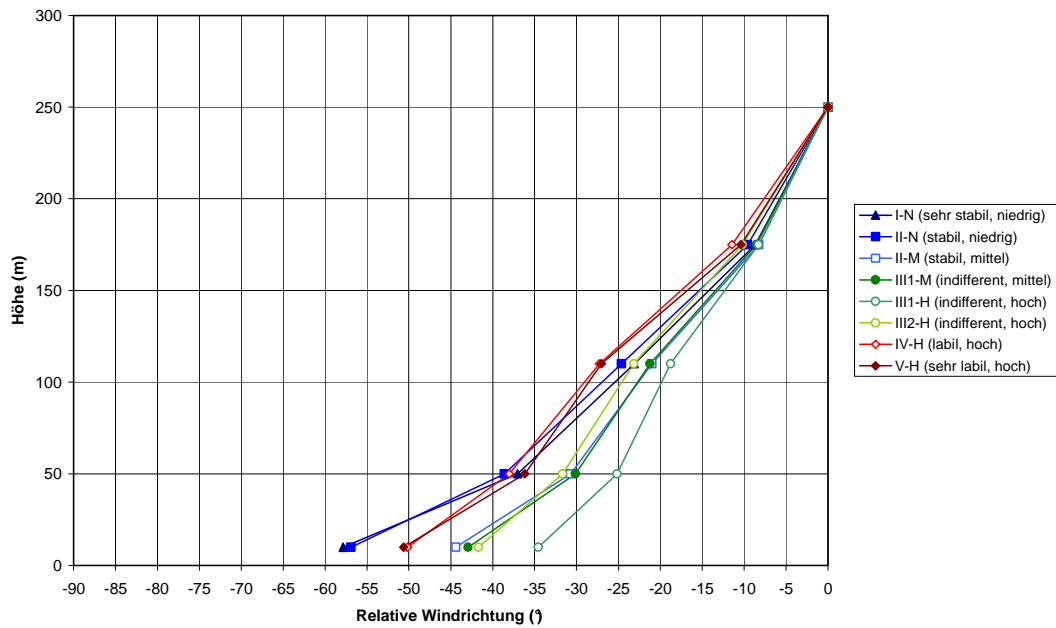
$$\alpha(h) = \delta(h) - \delta(250 \text{ m})$$

Daraus ergeben sich folgende Höhenprofile für die drei Sektoren und die acht Stabilitätsklassen:

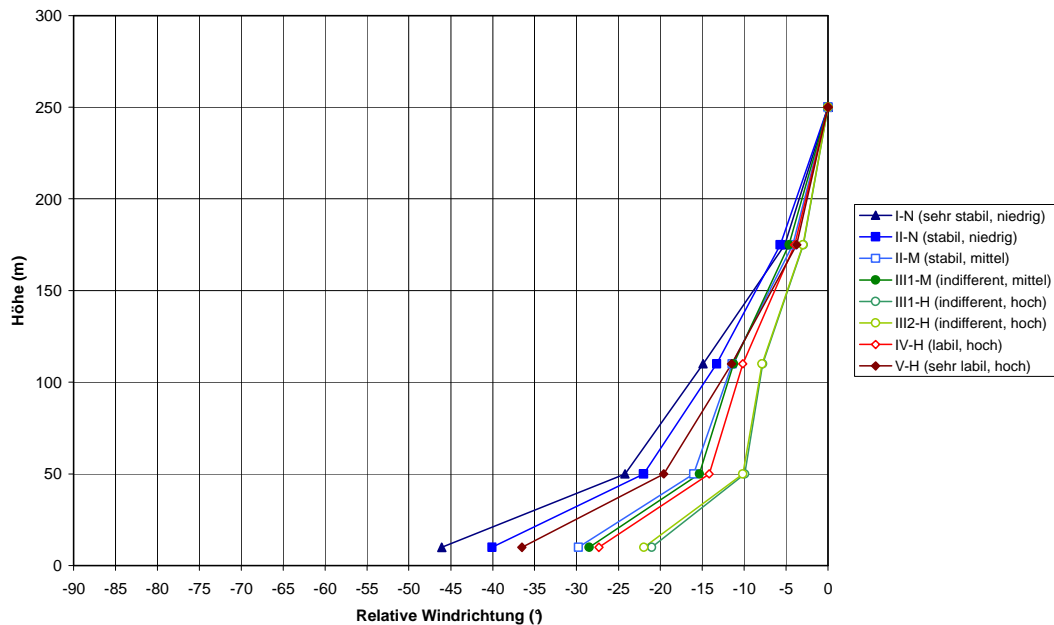
**Höhenprofil der relativen Windrichtung in Sektor A**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



**Höhenprofil der relativen Windrichtung in Sektor B**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



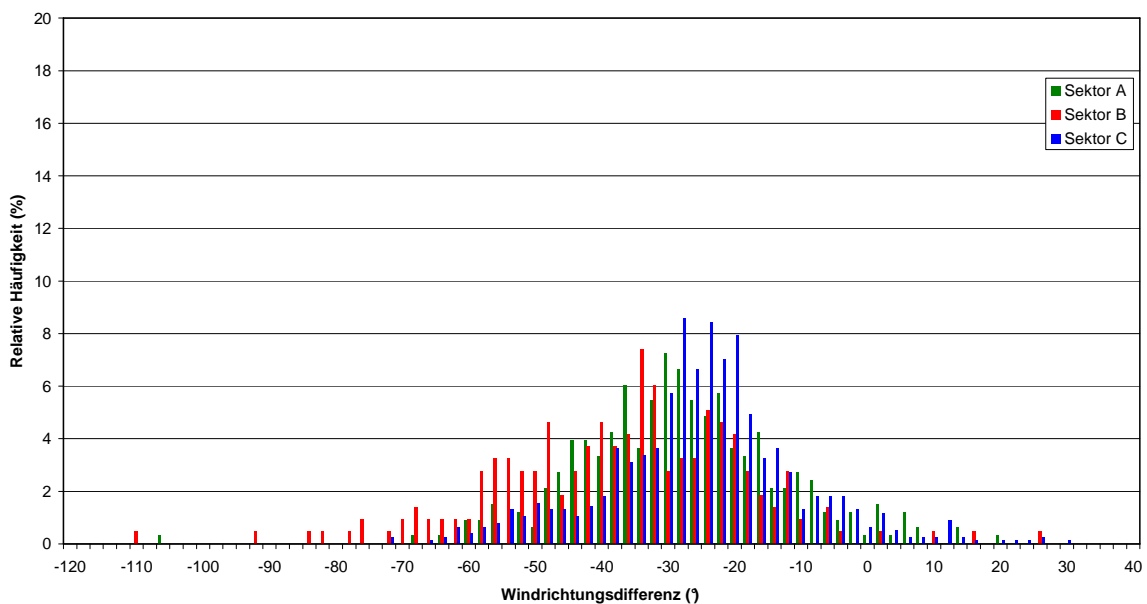
**Höhenprofil der relativen Windrichtung in Sektor C**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



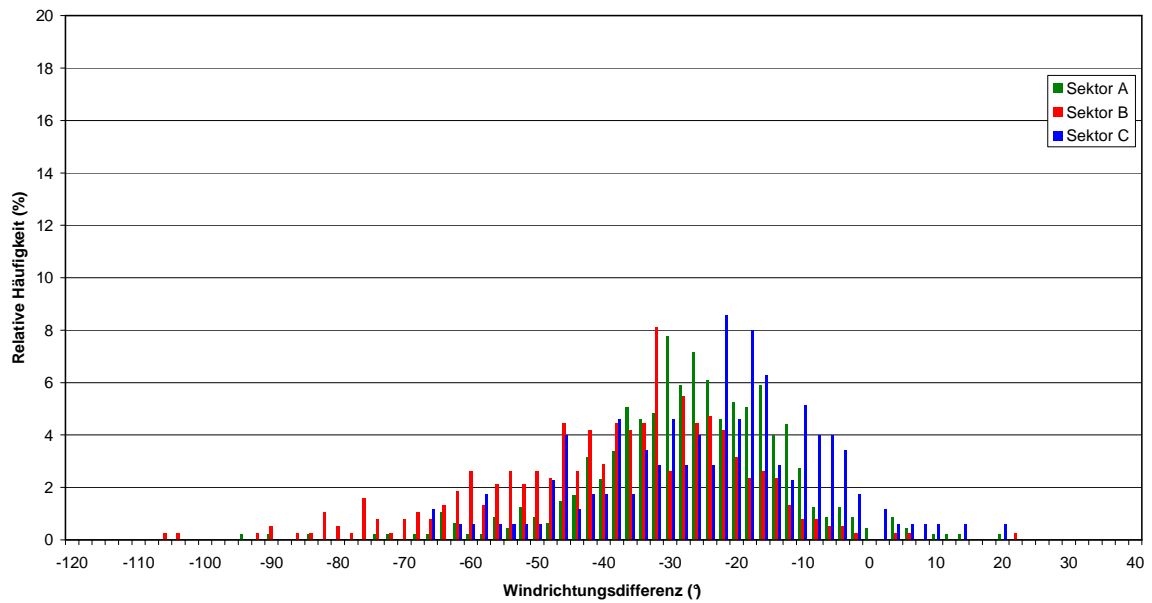
## Streuung der Windrichtung

Die folgenden Abbildungen zeigen für die acht Stabilitätsklassen die Streuung der Windrichtung am Beispiel der 50 m-Höhe. Dargestellt ist wie oben die relative Windrichtung bezüglich 250 m. Die Klassenbreite ist  $2^\circ$ , die Klassenmitten liegen auf den geraden Zahlen, d. h. die mit  $0^\circ$  bezeichnete Klasse enthält die Werte von  $-1^\circ$  bis  $1^\circ$ .

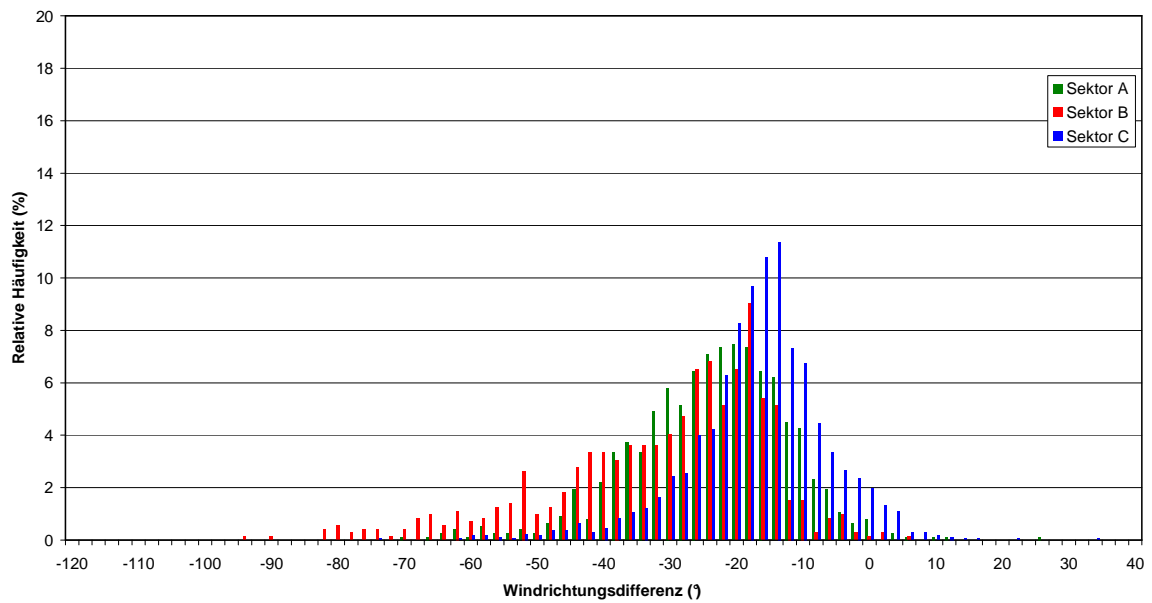
**Häufigkeitsverteilung der relativen Windrichtung in 50 m Höhe, Klasse I-N (sehr stabil, niedrig)**  
(Differenz von 250 und 50 m Höhe)



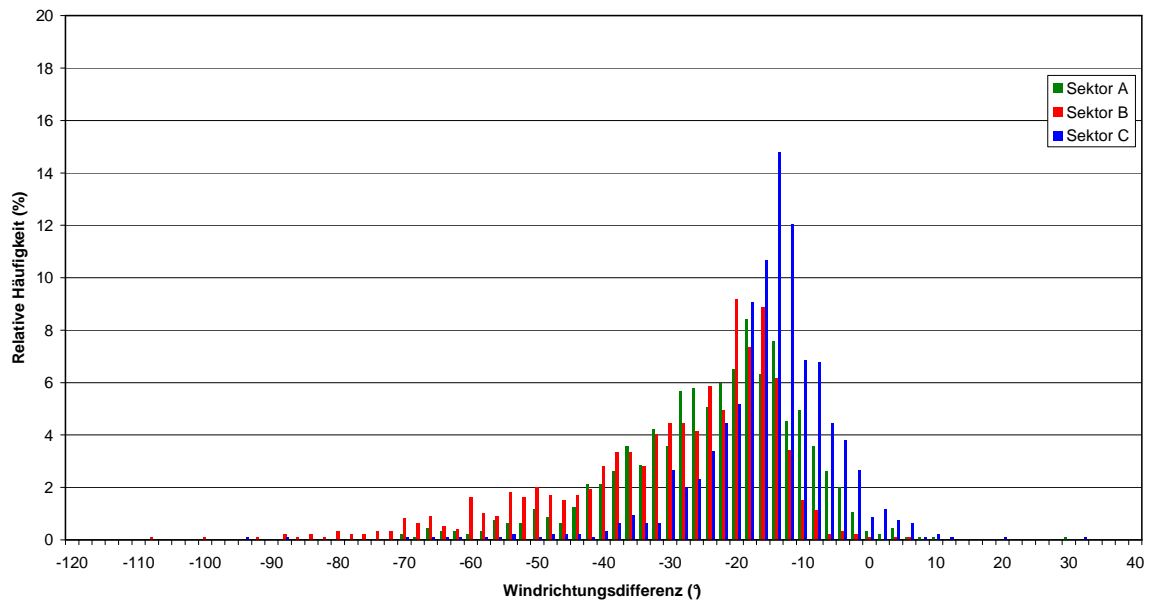
**Häufigkeitsverteilung der relativen Windrichtung in 50 m Höhe, Klasse II-N (stabil, niedrig)**  
(Differenz von 250 und 50 m Höhe)



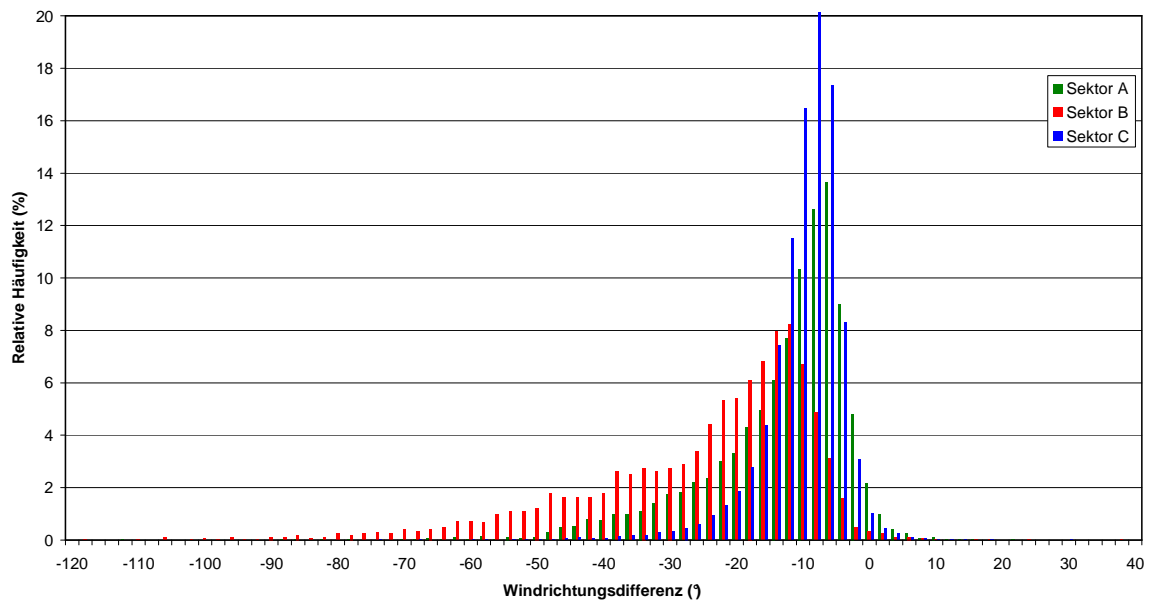
**Häufigkeitsverteilung der relativen Windrichtung in 50 m Höhe, Klasse II-M (stabil, mittel)**  
(Differenz von 250 und 50 m Höhe)



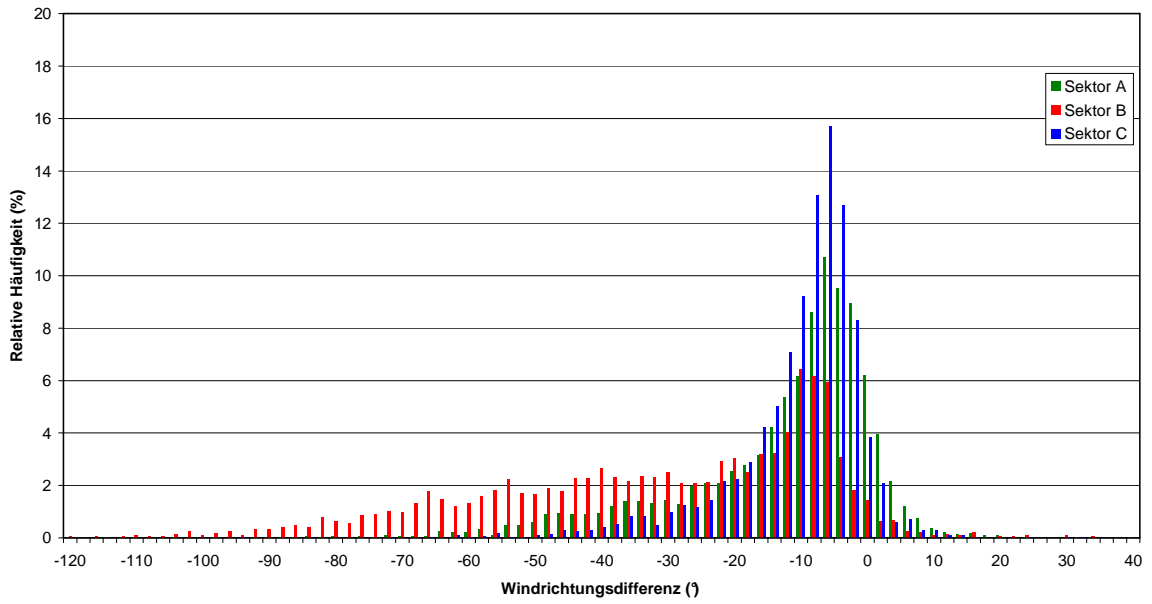
Häufigkeitsverteilung der relativen Windrichtung in 50 m Höhe, Klasse III1-M (indifferent, mittel)  
(Differenz von 250 und 50 m Höhe)



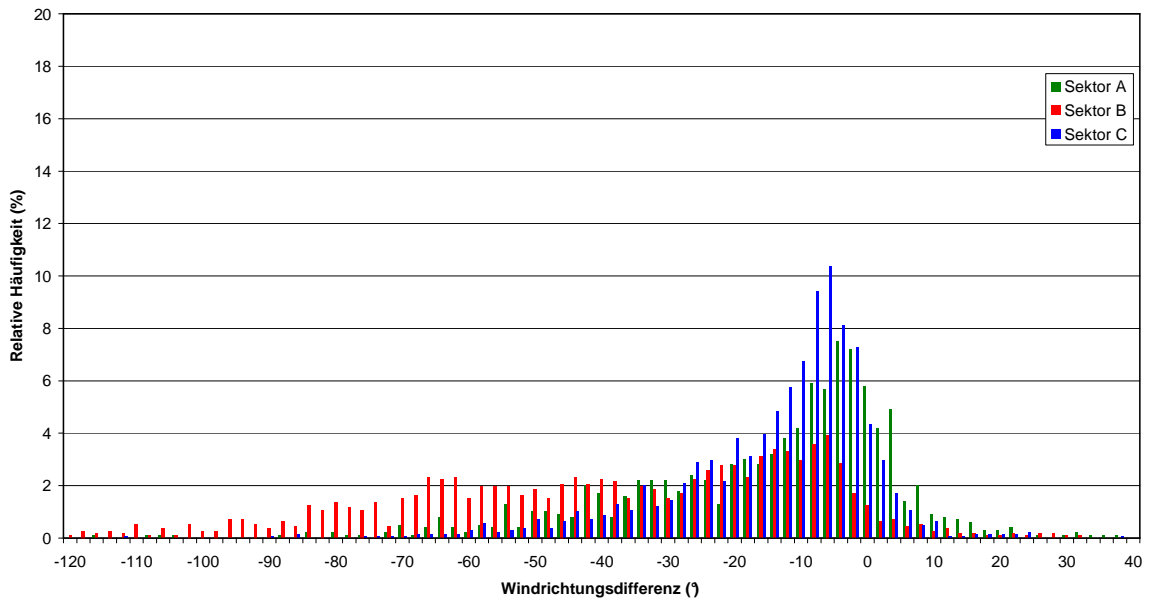
Häufigkeitsverteilung der relativen Windrichtung in 50 m Höhe, Klasse III1-H (indifferent, hoch)  
(Differenz von 250 und 50 m Höhe)



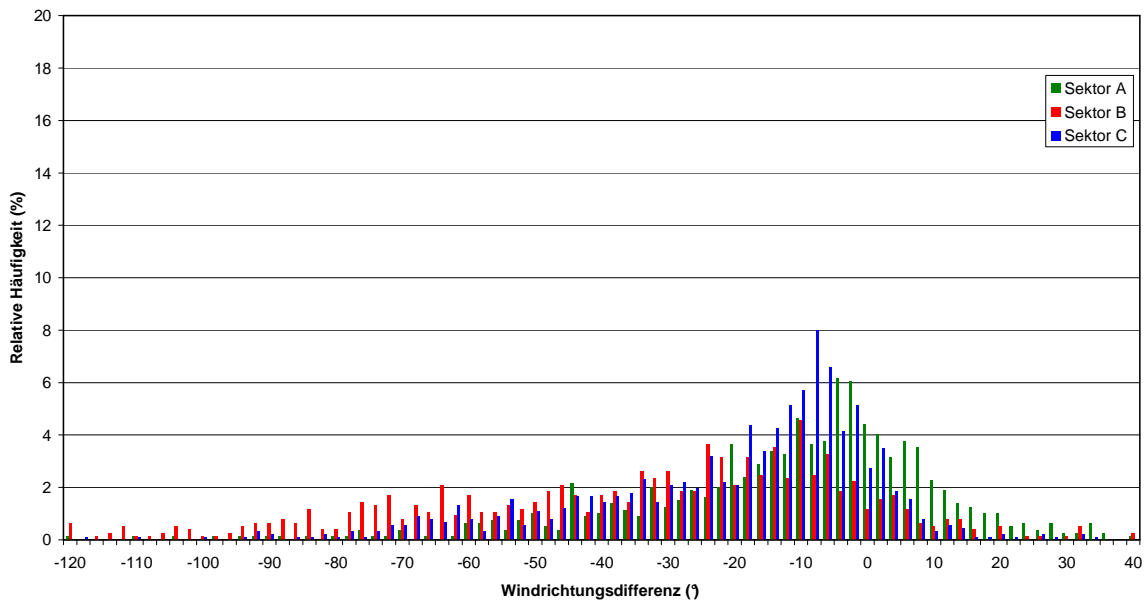
Häufigkeitsverteilung der relativen Windrichtung in 50 m Höhe, Klasse III2-H (indifferent, hoch)  
(Differenz von 250 und 50 m Höhe)



Häufigkeitsverteilung der relativen Windrichtung in 50 m Höhe, Klasse IV-H (labil, hoch)  
(Differenz von 250 und 50 m Höhe)



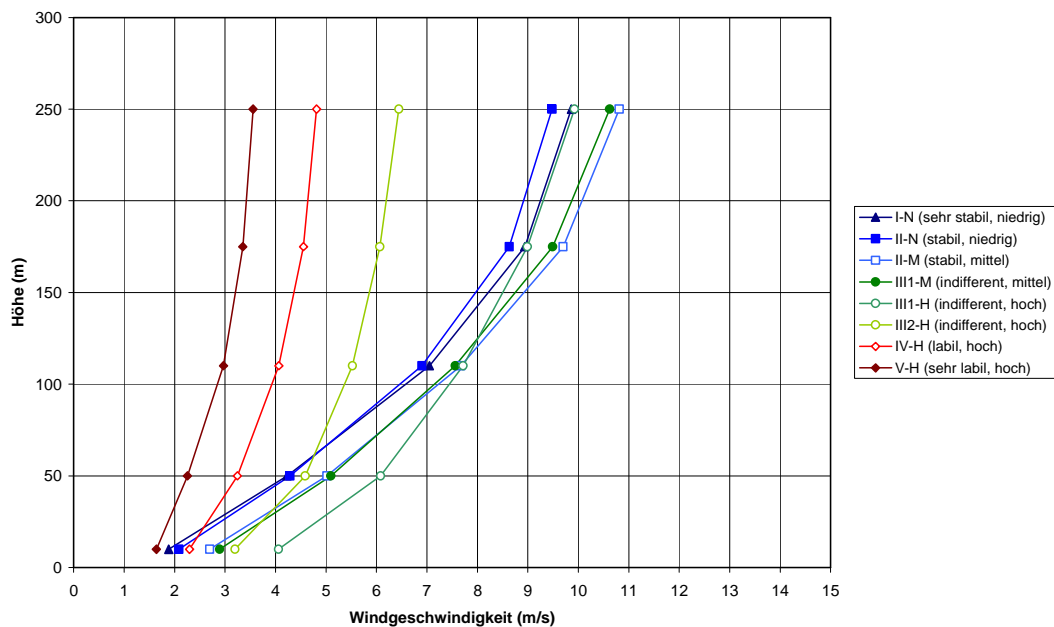
Häufigkeitsverteilung der relativen Windrichtung in 50 m Höhe, Klasse V-H (sehr labil, hoch)  
(Differenz von 250 und 50 m Höhe)



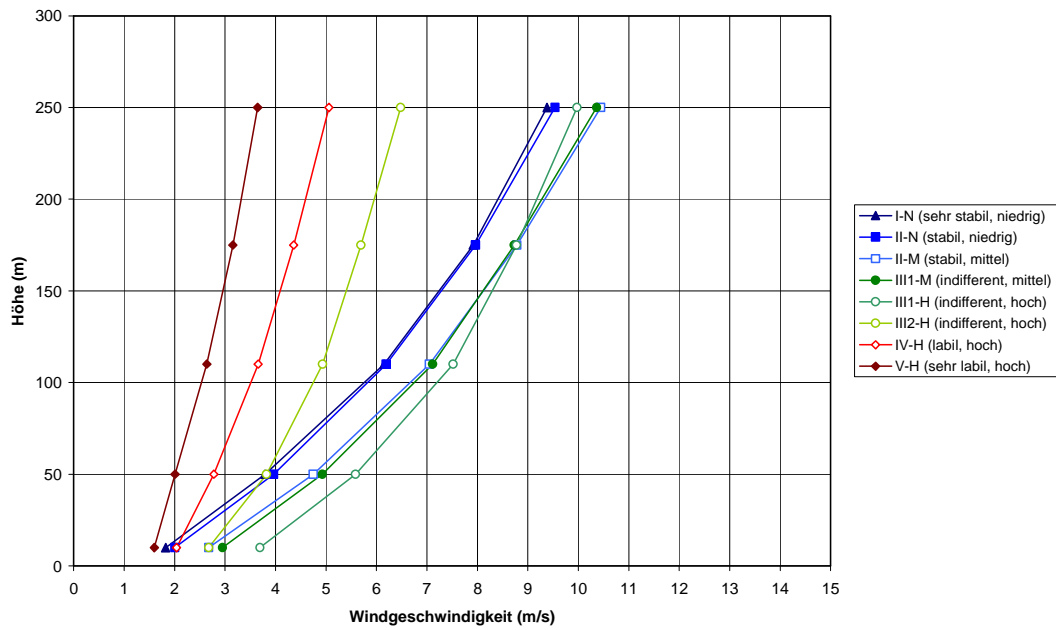
## Profile der Windgeschwindigkeit

Bei der Windgeschwindigkeit werden neben den Profilen des mittleren Windes  $V$  auch die Profile des mittleren normierten Windes  $V/u^*$  berechnet und dargestellt.

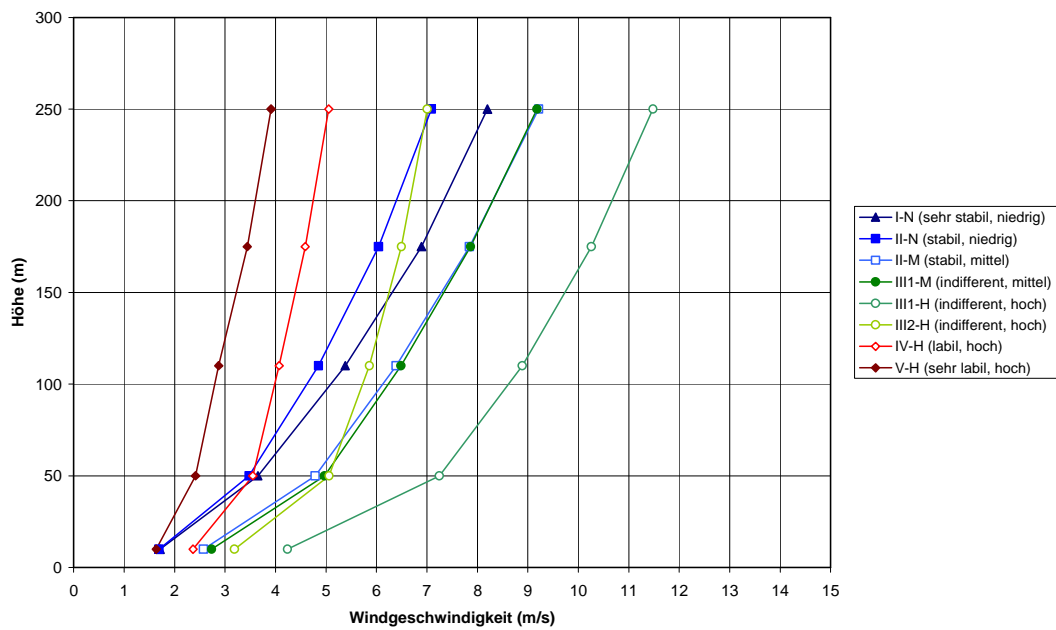
Höhenprofil der Windgeschwindigkeit in Sektor A  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



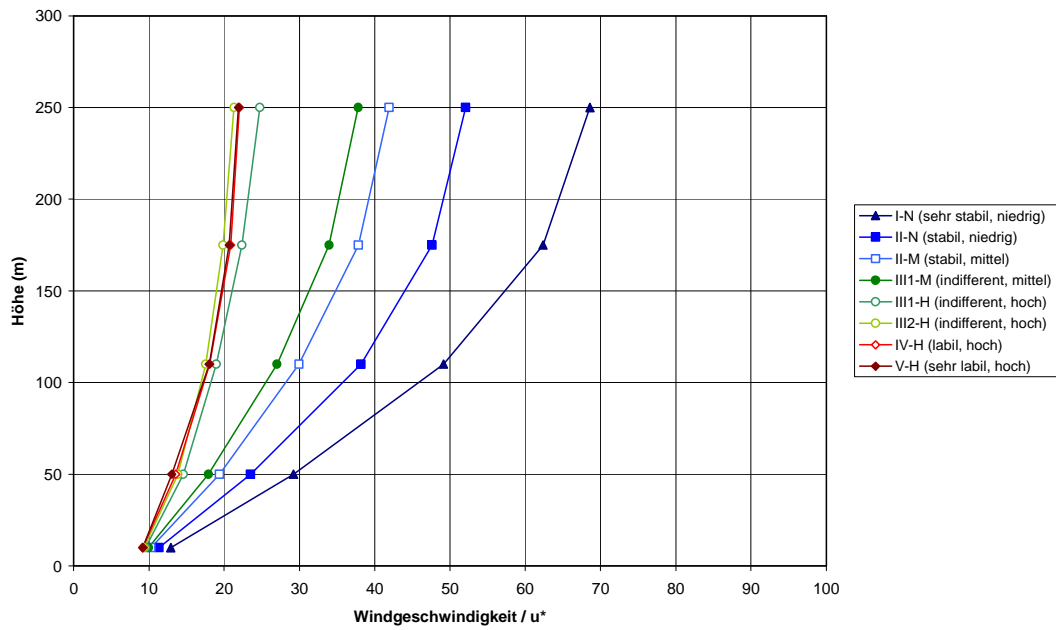
**Höhenprofil der Windgeschwindigkeit in Sektor B**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



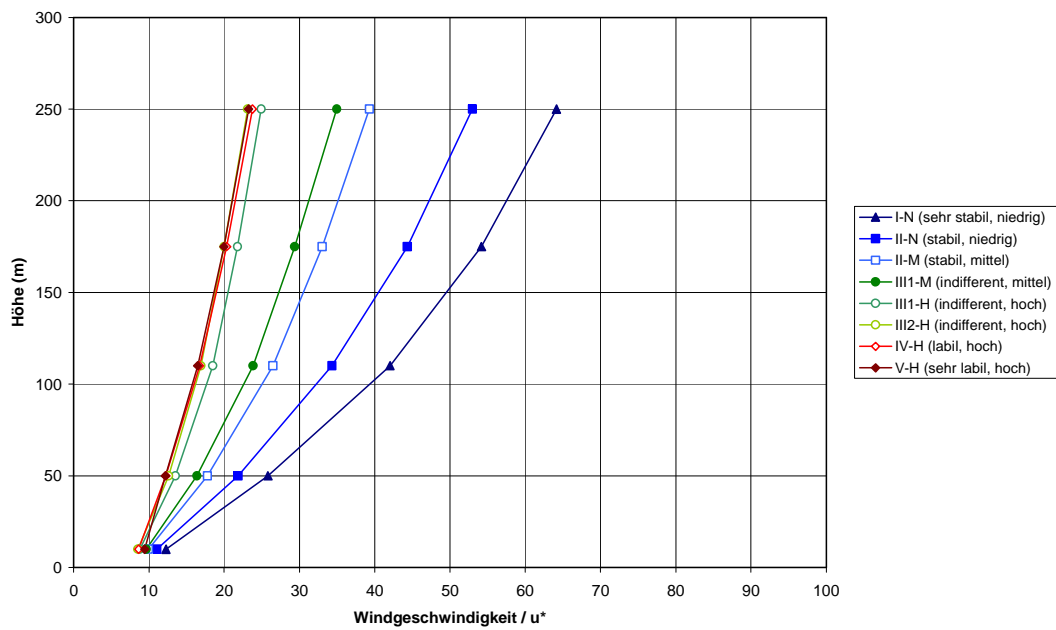
**Höhenprofil der Windgeschwindigkeit in Sektor C**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



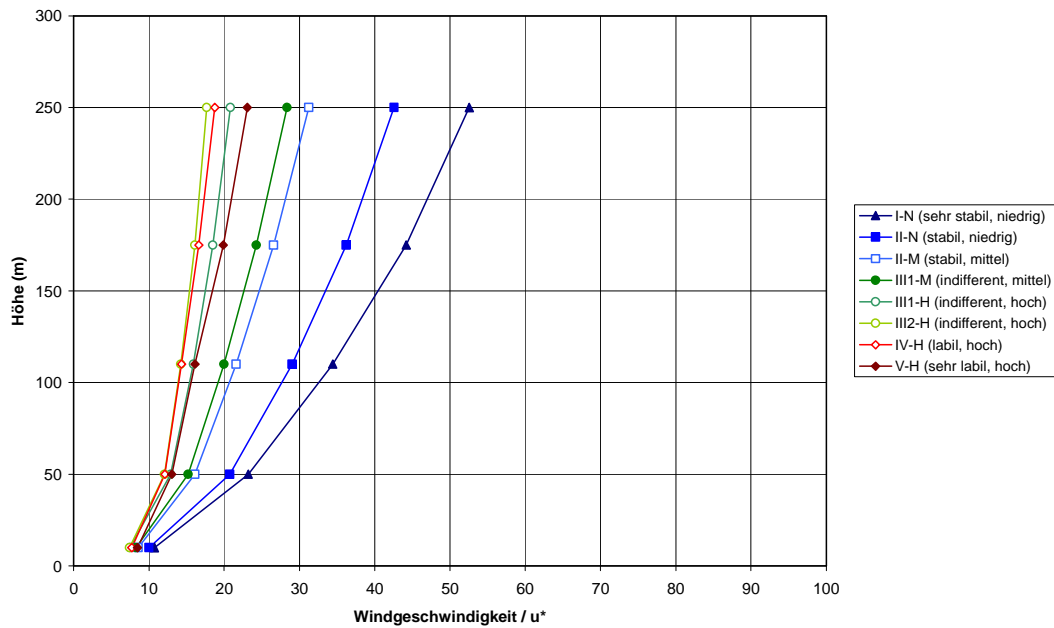
**Höhenprofil der mit  $u^*$  aus 10 m normierten Windgeschwindigkeit in Sektor A**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



**Höhenprofil der mit  $u^*$  aus 10 m normierten Windgeschwindigkeit in Sektor B**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



Höhenprofil der mit  $u^*$  aus 10 m normierten Windgeschwindigkeit in Sektor C  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



## Profile der Standardabweichungen

### Windgeschwindigkeit

Die für das geographische Koordinatensystem vorliegenden Standardabweichungen  $\sigma_u$  und  $\sigma_v$  der horizontalen Windkomponenten  $u$  und  $v$  werden zunächst in das natürliche Koordinatensystem mit den Komponenten  $p$  (in Richtung des mittleren Windes) und  $q$  (quer zum mittleren Wind) umgerechnet:

$$\sigma_p^2 = \sigma_u^2 \cos^2 \alpha + 2 \sigma_{uv} \sin \alpha \cos \alpha + \sigma_v^2 \sin^2 \alpha$$

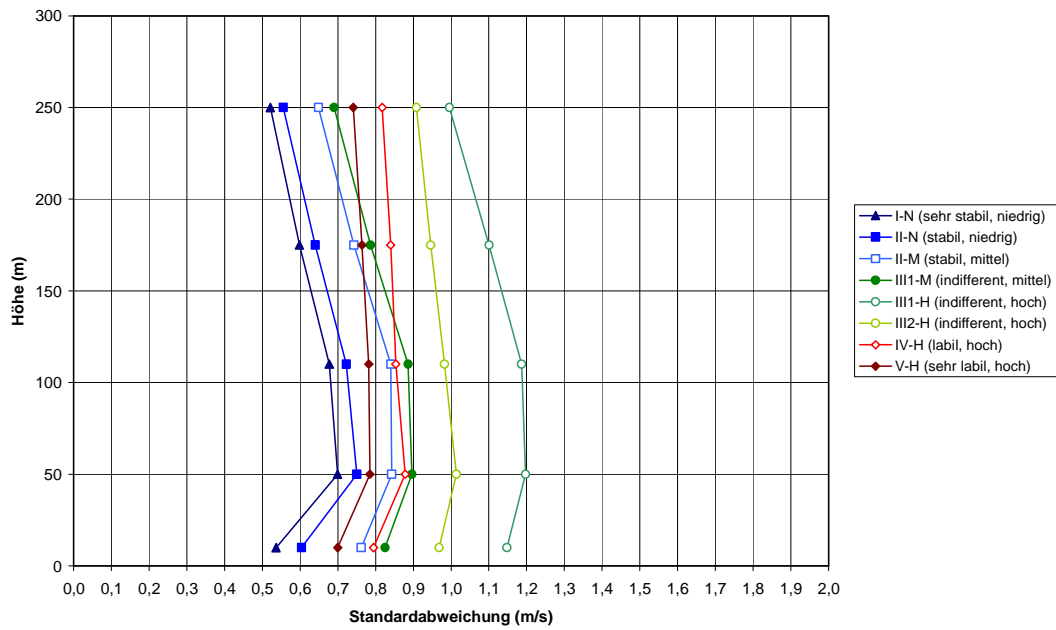
$$\sigma_q^2 = \sigma_u^2 \sin^2 \alpha - 2 \sigma_{uv} \sin \alpha \cos \alpha + \sigma_v^2 \cos^2 \alpha$$

mit

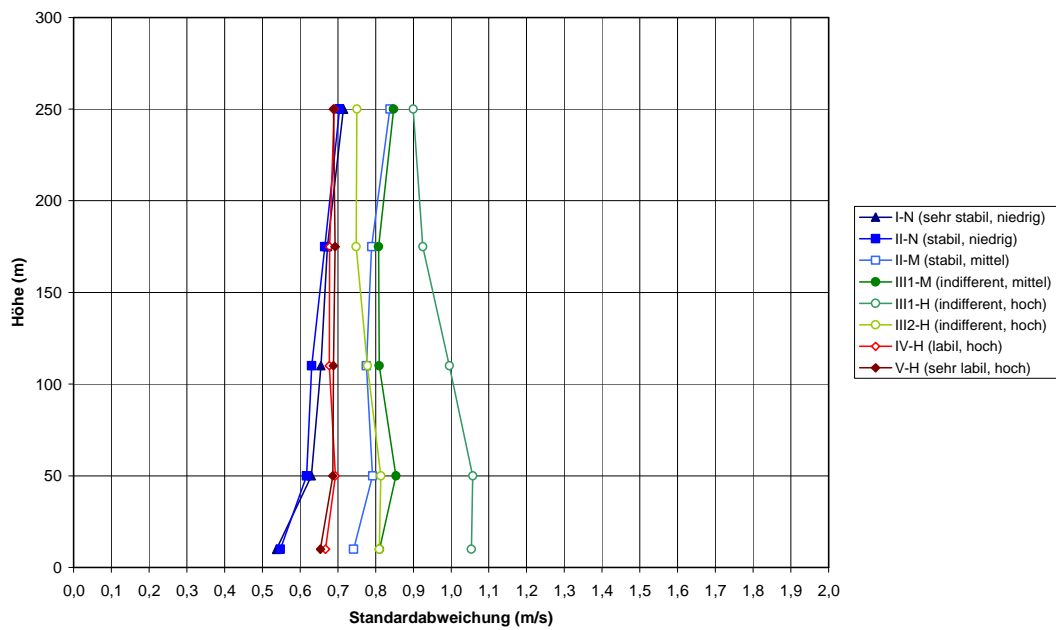
$$\alpha = 270^\circ - \delta \quad (\text{Windrichtung als mathematisch positiver Winkel})$$

Die Standardabweichung  $\sigma_w$  der Vertikalgeschwindigkeit  $w$  bleibt unverändert.

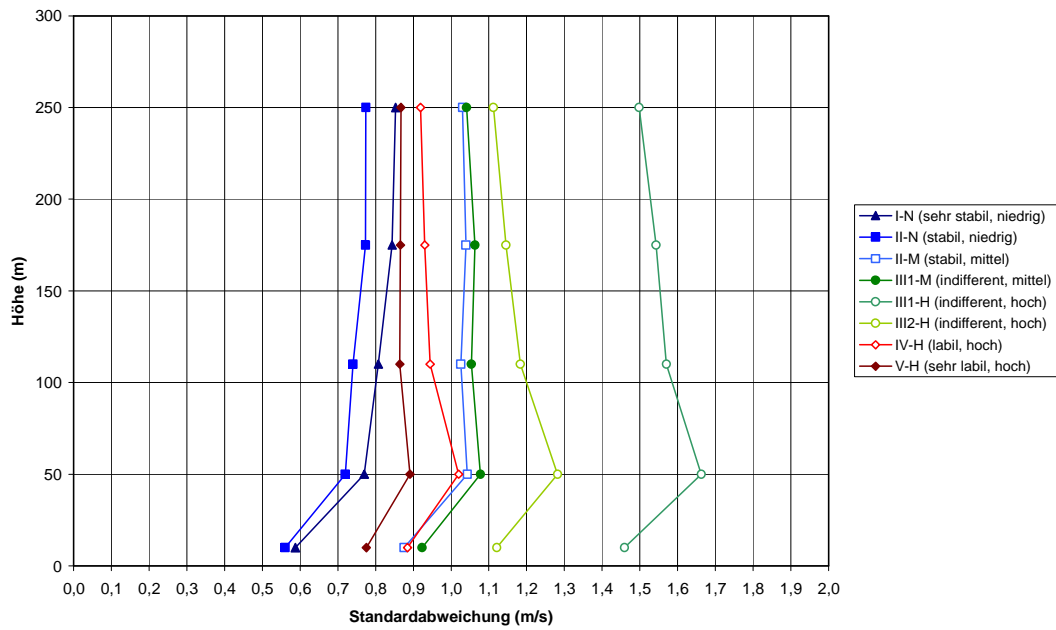
**Höhenprofil der Standardabweichung der Längswindkomponente in Sektor A**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



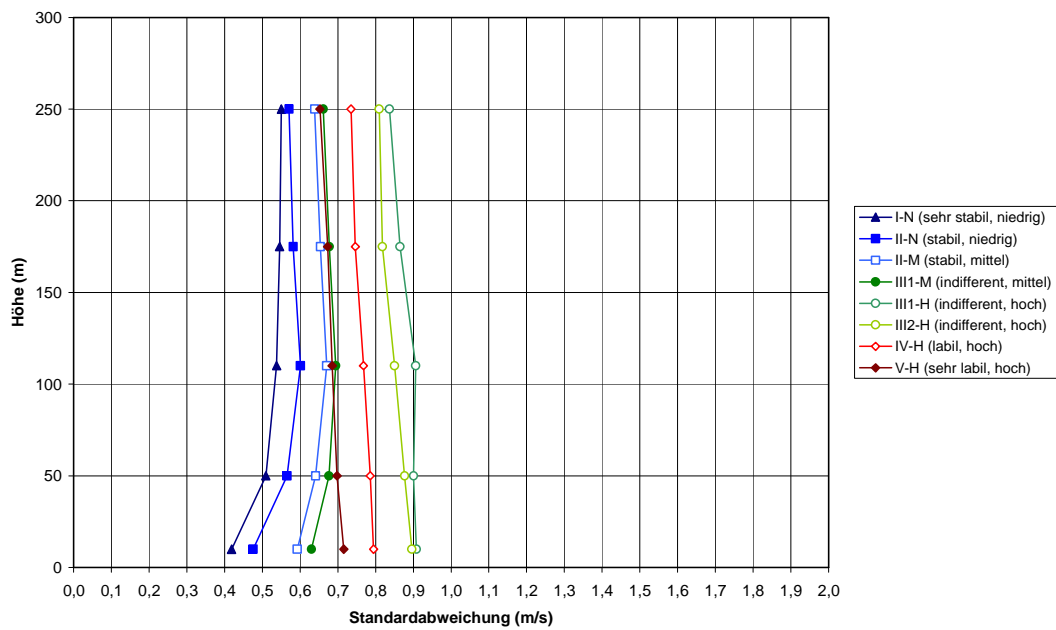
**Höhenprofil der Standardabweichung der Längswindkomponente in Sektor B**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



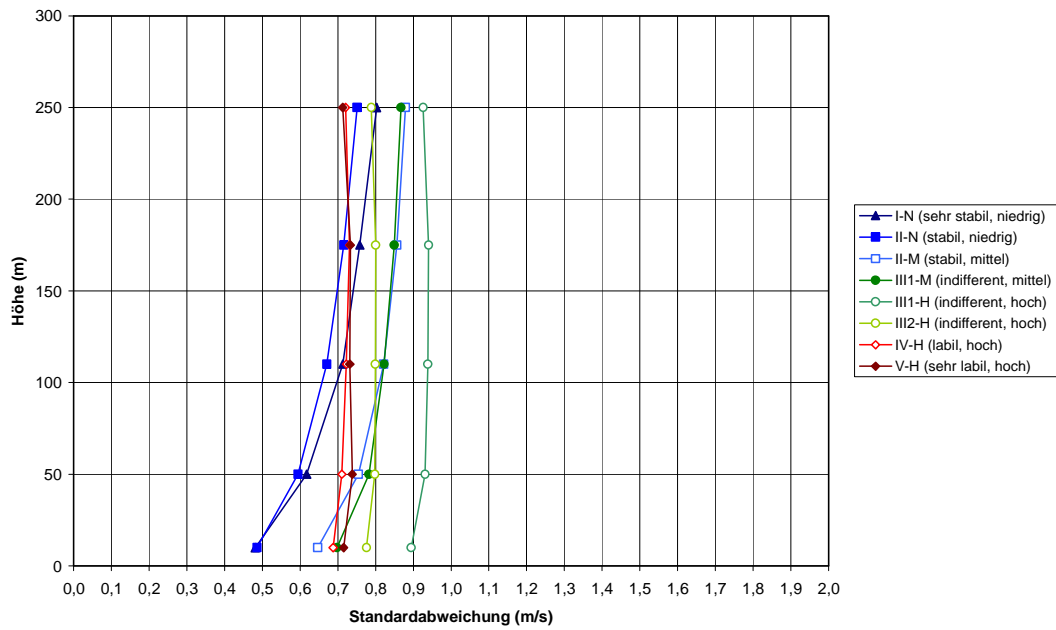
**Höhenprofil der Standardabweichung der Längswindkomponente in Sektor C**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



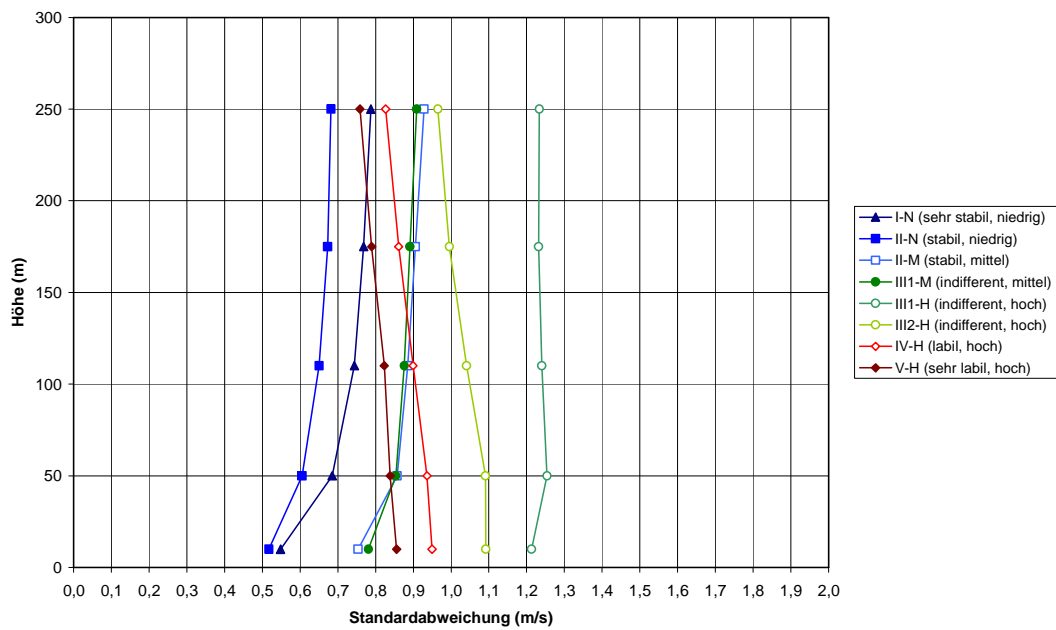
**Höhenprofil der Standardabweichung der Querwindkomponente in Sektor A**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



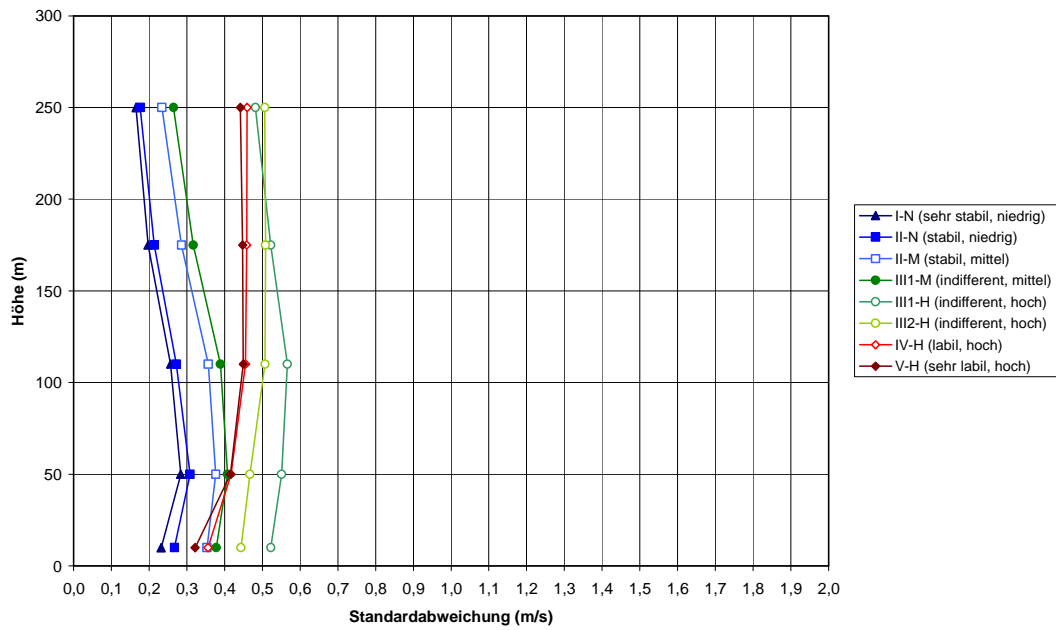
**Höhenprofil der Standardabweichung der Querwindkomponente in Sektor B**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



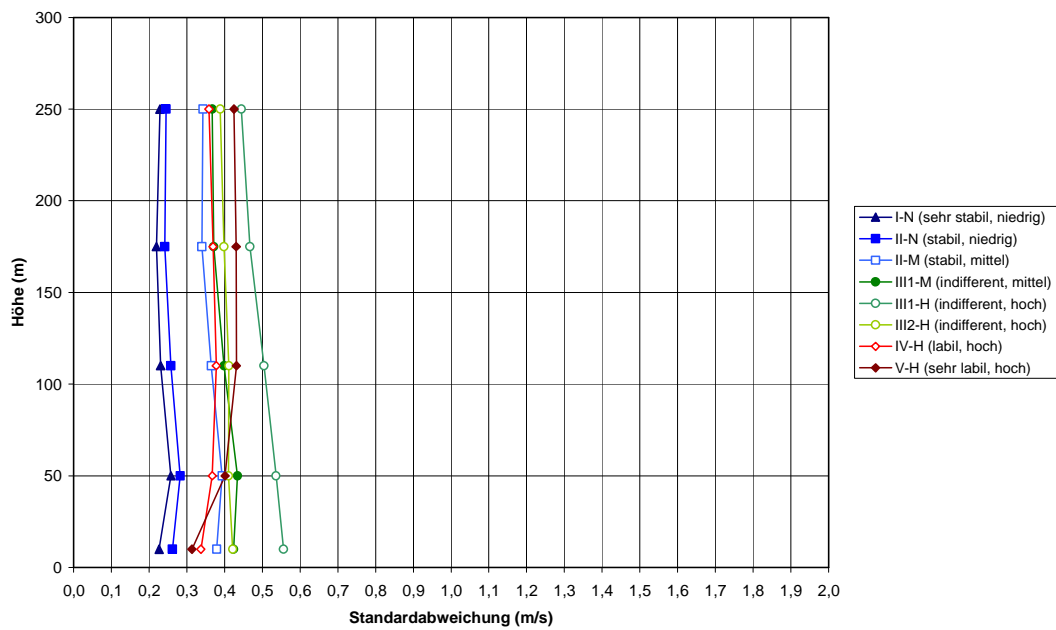
**Höhenprofil der Standardabweichung der Querwindkomponente in Sektor C**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



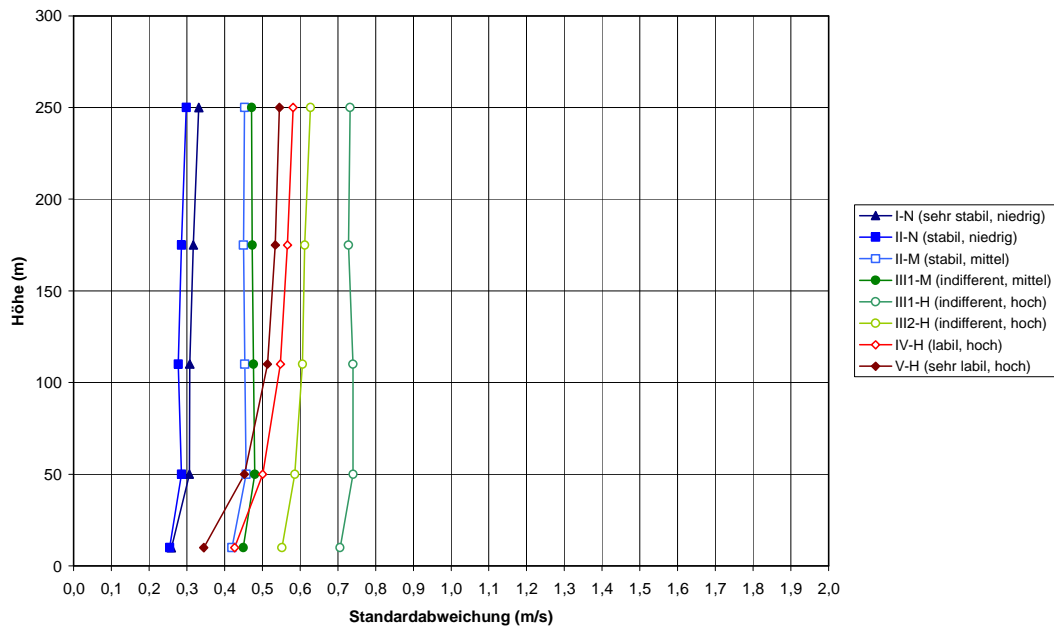
**Höhenprofil der Standardabweichung der Vertikalwindkomponente in Sektor A**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



**Höhenprofil der Standardabweichung der Vertikalwindkomponente in Sektor B**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



Höhenprofil der Standardabweichung der Vertikalwindkomponente in Sektor C  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



## Windrichtung

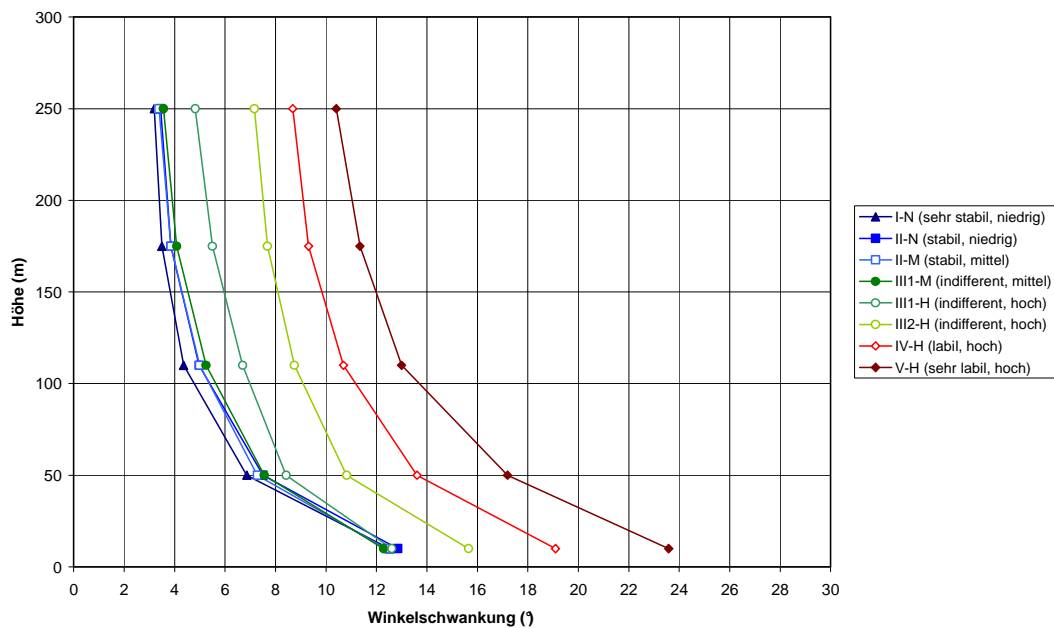
Die horizontalen und vertikalen Schwankungen der Windrichtung können auf folgende Weise berechnet werden:

$$\langle \sigma_\alpha \rangle = \arctan \langle \sigma_q \rangle / \langle p \rangle$$

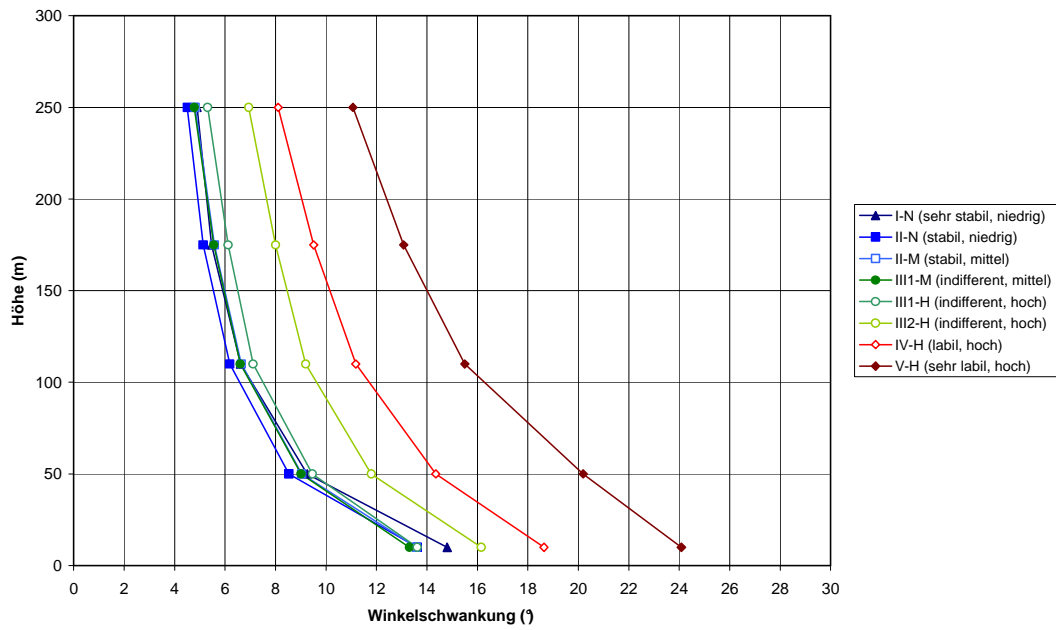
$$\langle \sigma_\phi \rangle = \arctan \langle \sigma_w \rangle / \langle p \rangle$$

Dabei ist  $\langle \dots \rangle$  der Klassenmittelwert. Es werden also erst die Klassenmittelwerte von  $\sigma_q$ ,  $\sigma_w$  und  $p$  getrennt berechnet und daraus dann die Quotienten.  $\langle p \rangle$  ist im Übrigen identisch mit  $\langle V \rangle$ , da  $\langle q \rangle = 0$ .

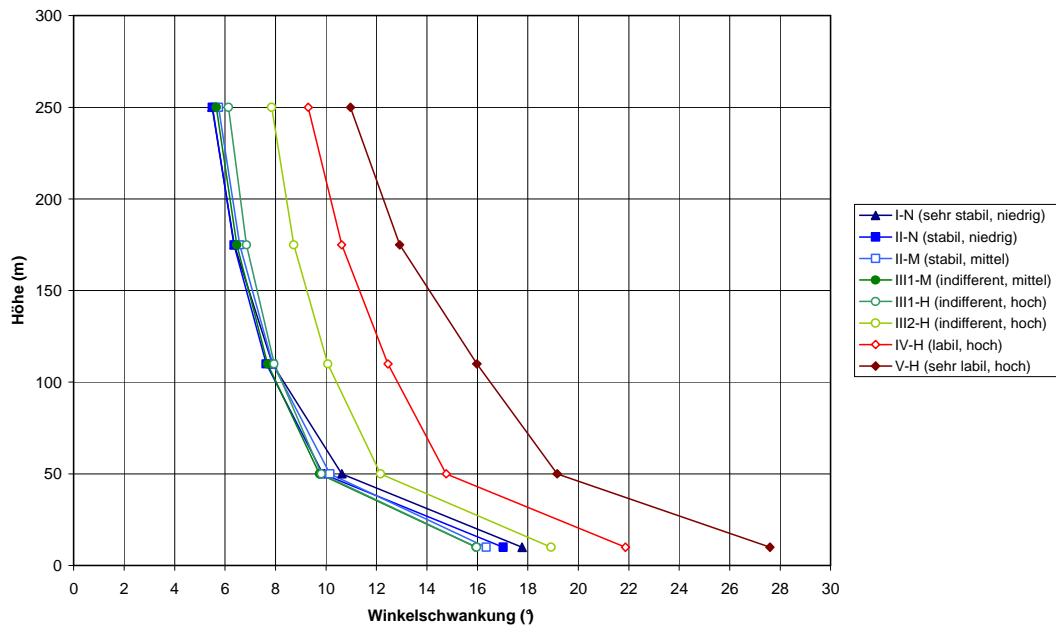
Höhenprofil der horizontalen Windrichtungsschwankungen  $\arctan[\langle \sigma_q \rangle / \langle p \rangle]$  in Sektor A  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



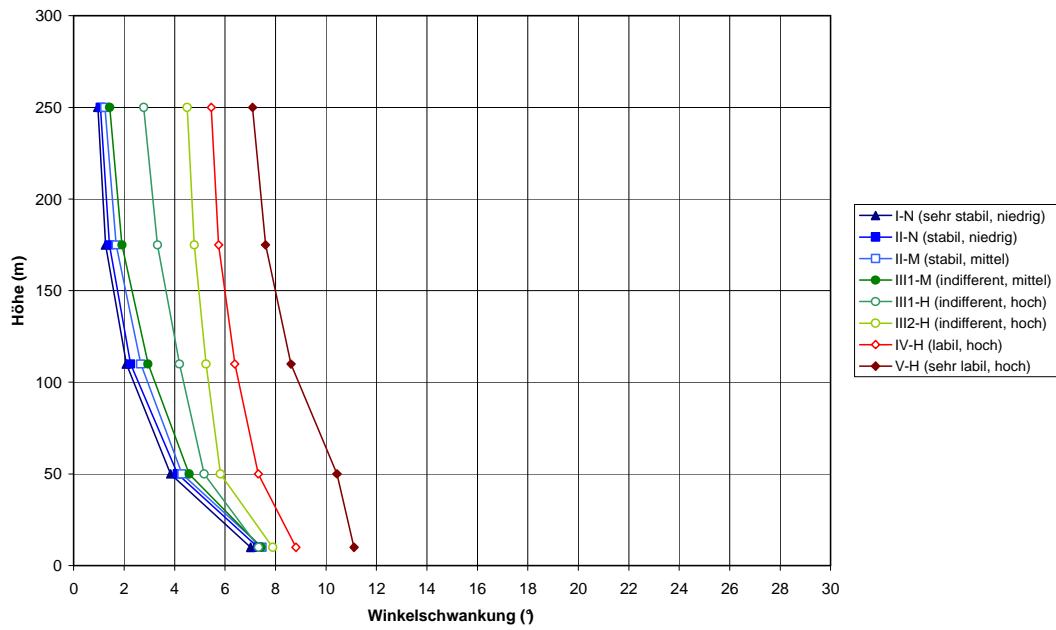
**Höhenprofil der horizontalen Windrichtungsschwankungen  $\arctan[\langle \sigma q \rangle / \langle p \rangle]$  in Sektor B**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



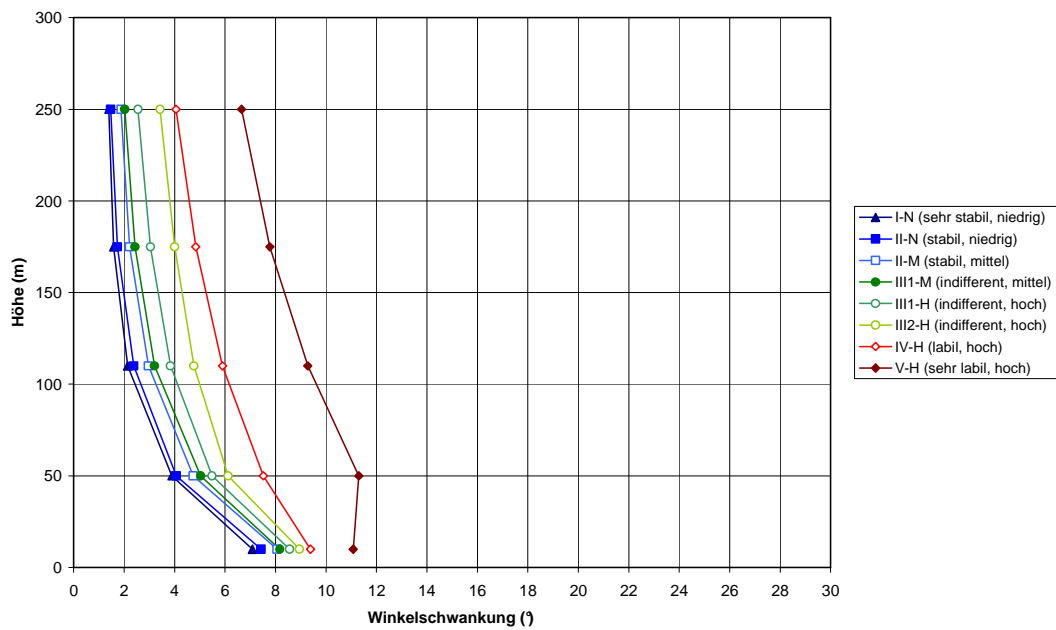
**Höhenprofil der horizontalen Windrichtungsschwankungen  $\arctan[\langle \sigma q \rangle / \langle p \rangle]$  in Sektor C**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



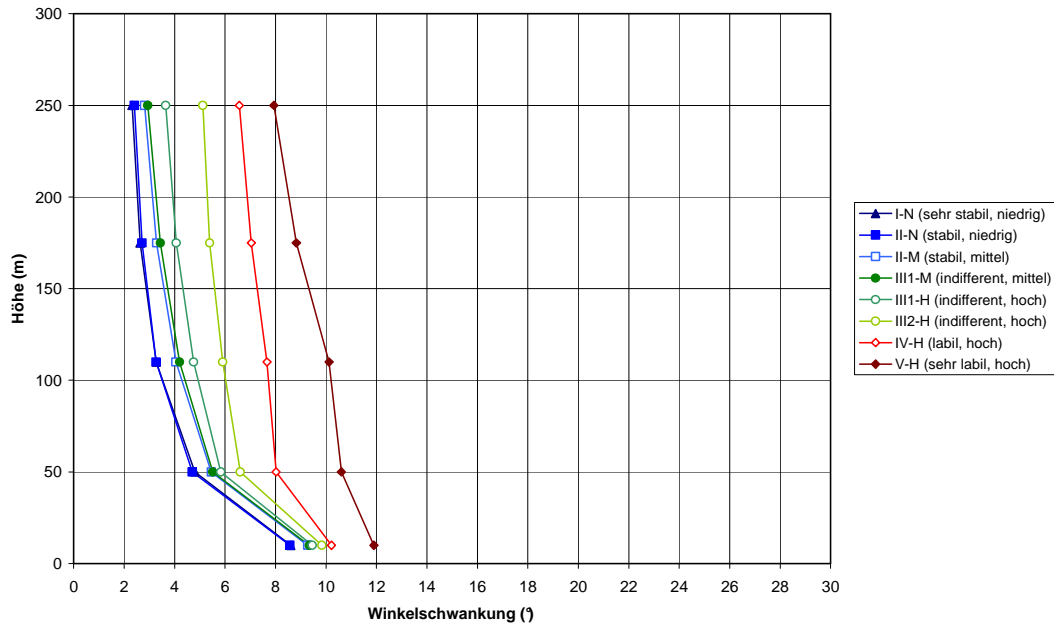
**Höhenprofil der vertikalen Windrichtungsschwankungen  $\arctan[\langle \sigma w \rangle / \langle p \rangle]$  in Sektor A**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



**Höhenprofil der vertikalen Windrichtungsschwankungen  $\arctan[\langle \sigma w \rangle / \langle p \rangle]$  in Sektor B**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



Höhenprofil der vertikalen Windrichtungsschwankungen  $\arctan[\langle \sigma_w \rangle / \langle p \rangle]$  in Sektor C  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe

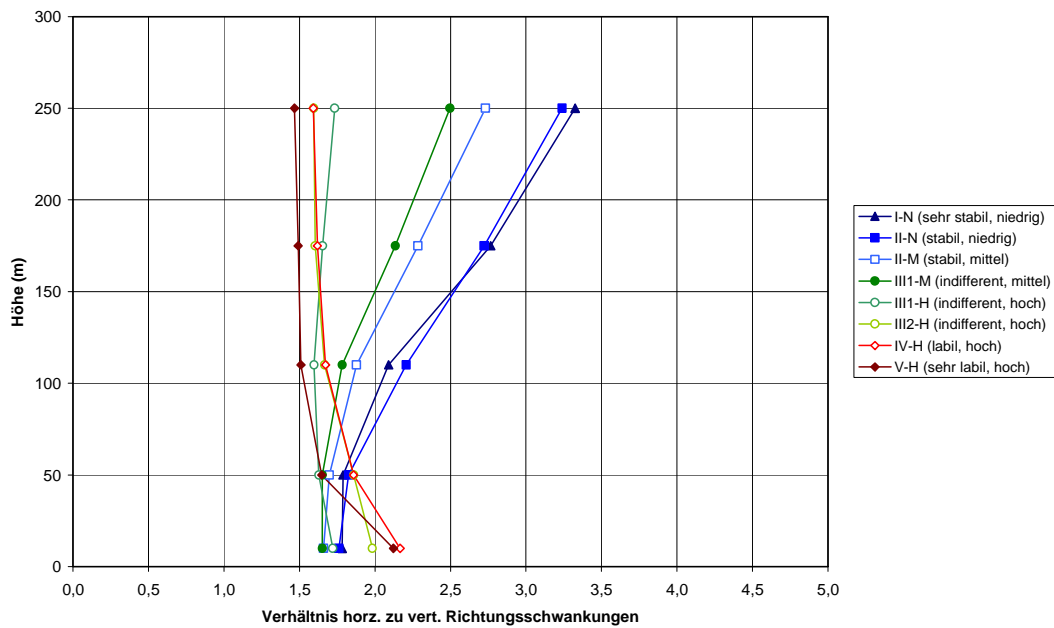


## Verhältnis horizontaler zu vertikalen Windrichtungsschwankungen

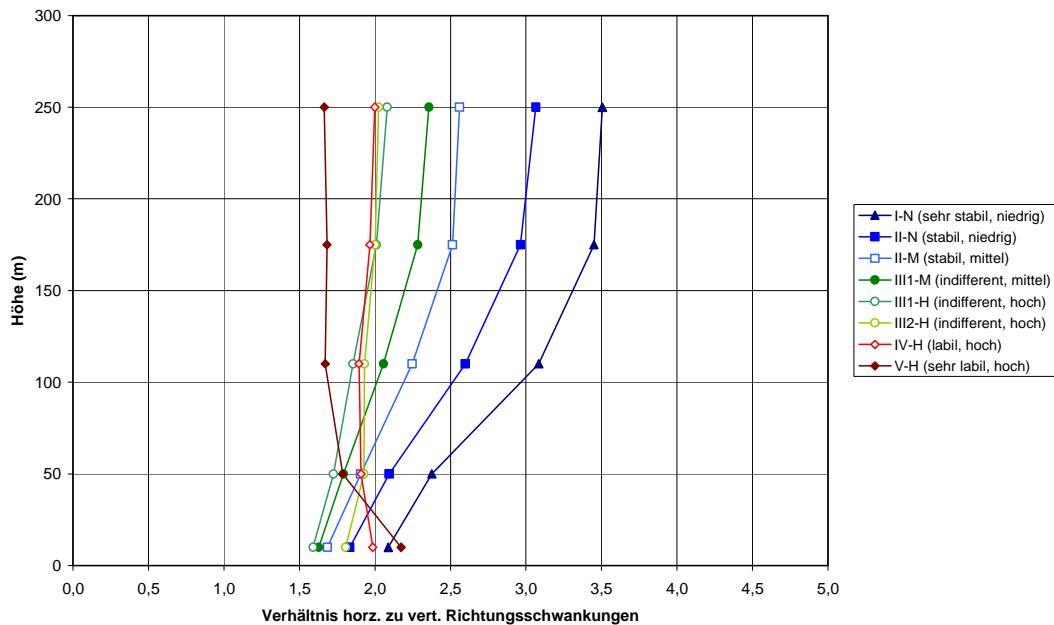
Das Verhältnis der horizontalen zu den vertikalen Windrichtungsschwankungen wird berechnet nach

$$\langle S \rangle = \langle \sigma_\alpha \rangle / \langle \sigma_\varphi \rangle .$$

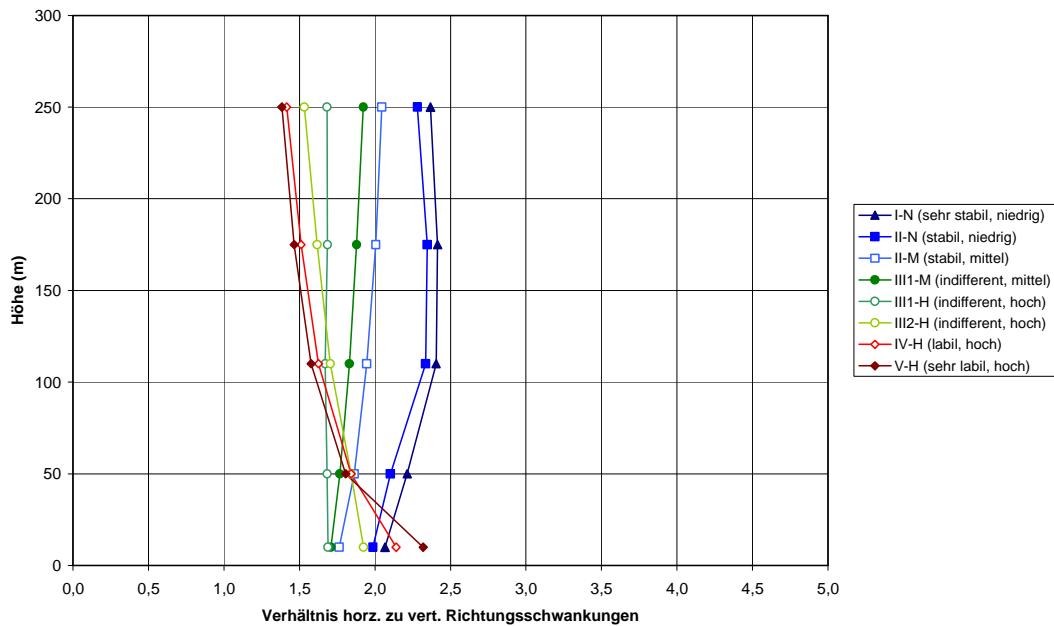
Höhenprofil des Verhältnisses von horz. zu vert. Windrichtungsschwankungen in Sektor A  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



**Höhenprofil des Verhältnisses von horz. zu vert. Windrichtungsschwankungen in Sektor B**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



**Höhenprofil des Verhältnisses von horz. zu vert. Windrichtungsschwankungen in Sektor C**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



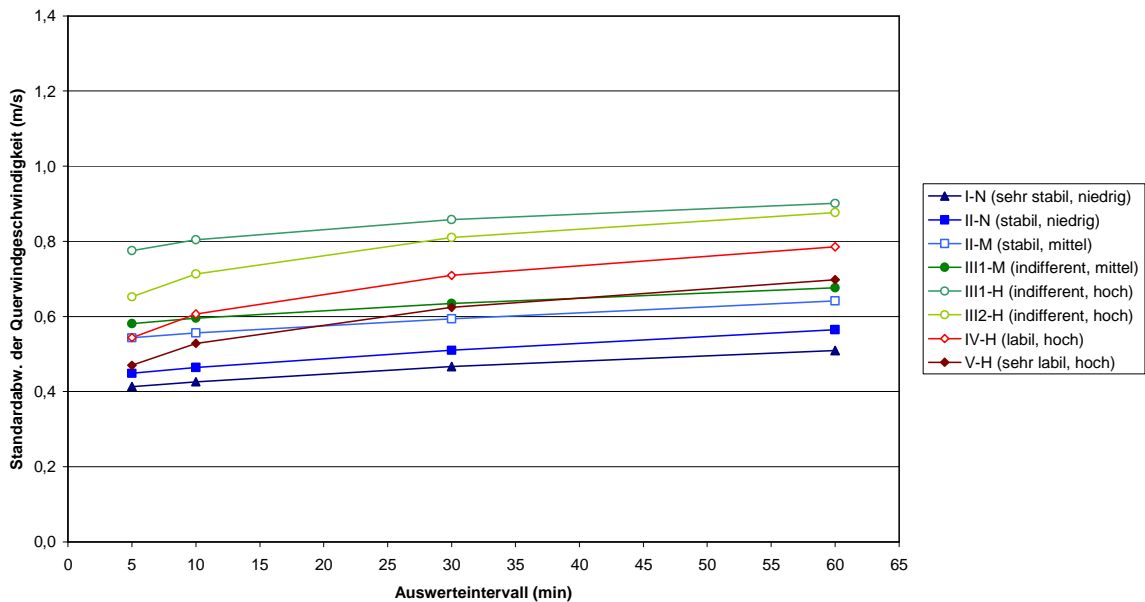
## Abhängigkeit vom Auswerteintervall

Den vorliegenden Ergebnissen liegt in der Regel ein Auswerteintervall von 60 Minuten zugrunde, d. h. Mittelwerte, Standardabweichungen und Kovarianzen beziehen sich jeweils auf über eine Stunde gemessene, hochfrequente USAT-Daten. Die folgenden Abbildungen zeigen für die 50 m Höhe die Abhängigkeit der Schwankungswerte der Querwindkomponente für die Auswerteintervalle 5, 10, 30 und 60 Minuten. Dazu wurden neben den ursprünglich aufgezeichneten 5-Minuten-Werten und den bereits existierenden 60-Minuten-Werten noch die Standardabweichungen  $\sigma_q$  für 10 und 30 Minuten berechnet. Da die Auswertung wieder nach Sektoren und Stabilitätsklassen erfolgen soll, wird jeder einzelne 5-, 10- und 30-

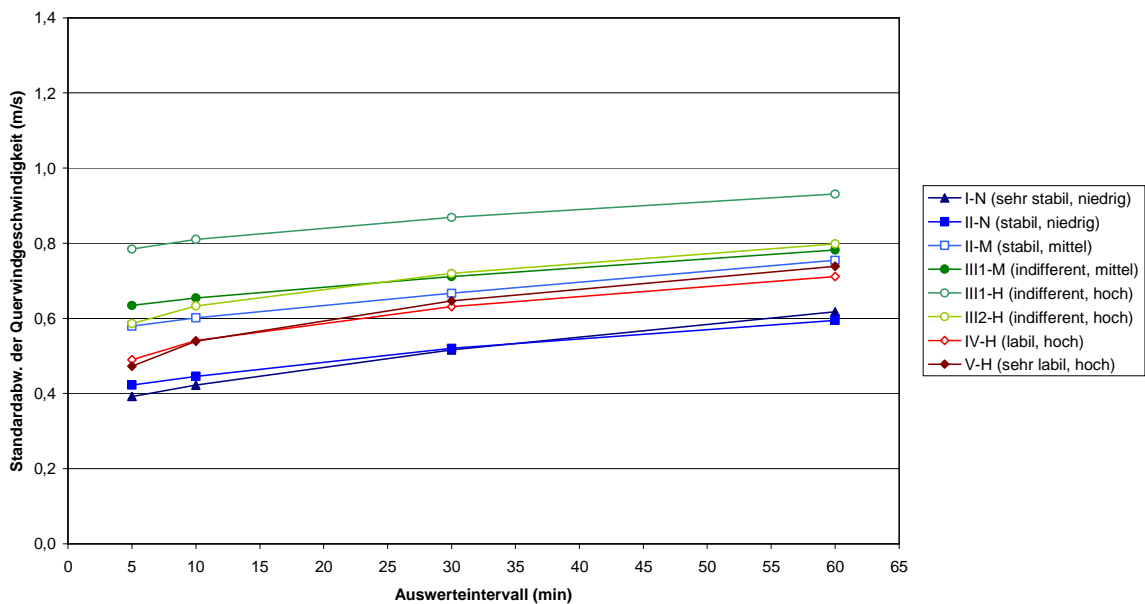
Minuten-Wert dem Sektor und der Klasse zugeordnet, die sich aus der Stunde ergeben, in der der Einzelwert liegt.

Alle Werte für  $\sigma_q$  steigen mit länger werdendem Auswertintervall streng monoton an, was aus dem Beitrag der immer größeren Turbulenzelemente resultiert, die zusätzlich berücksichtigt werden.

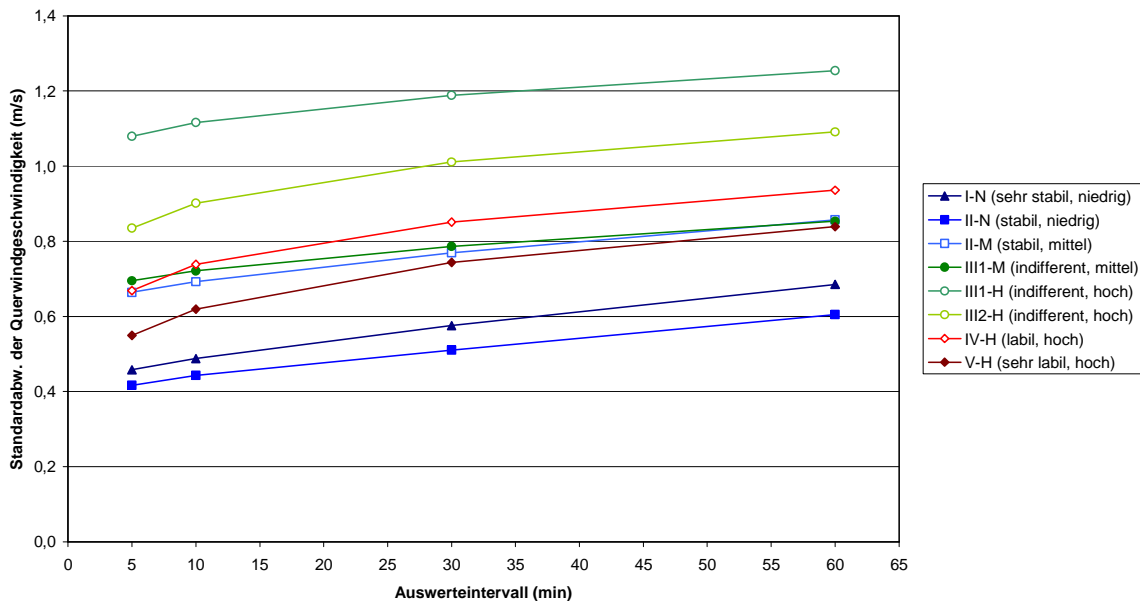
Abhängigkeit der Standardabweichung der Querwindkomponente vom Auswertintervall  
(50 m Höhe, Sektor A)



Abhängigkeit der Standardabweichung der Querwindkomponente vom Auswertintervall  
(50 m Höhe, Sektor B)



Abhängigkeit der Standardabweichung der Querwindkomponente vom Auswertintervall  
(50 m Höhe, Sektor C)



## Austauschkoeffizient

Aus dem Impulsfluss und dem Windgradienten kann direkt durch Anwendung der Definitionsgleichung der vertikale Austauschkoeffizient für den Impuls bestimmt werden. Der Kürze halber wird dieser im Folgenden „Austauschkoeffizient“ genannt.

## Festlegung von Zwischenhöhen

Zu Berechnung des Austauschkoeffizienten werden Gradienten der Windgeschwindigkeiten benötigt. Diese können einfach aus je zwei benachbarten Höhen berechnet werden und gelten jeweils für die dazwischen liegende Höhe.

$\Delta h$		$h_{\text{Plattform}}$		$h_{\text{Zwischen}}$
		250 m		
75 m	◁		▷	210 m
		175 m		
65 m	◁		▷	140 m
		110 m		
60 m	◁		▷	80 m
		50 m		
40 m	◁		▷	30 m
		10 m		

## Windgradient

Zur Berechnung des Windgradienten zwischen zwei benachbarten Höhen 1 und 2 wird zunächst der Betrag des Differenzvektors berechnet:

$$d = \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2}$$

[→ Zeitreihen GU und GV]

Der Windgradient ist dann

$$g = d / \Delta h$$

Dieser Wert von  $g$  ist immer positiv.

## Impulsfluss

Berechnung des Flusses zwischen zwei Höhen als Mittelwert aus den gemessenen Kovarianzen in den Höhen:

$$m = (m_1 + m_2) / 2$$

[→ Zeitreihe M für Zwischenhöhen]

Dabei sind  $m_1$  und  $m_2$  in den Messhöhen die Beträge der Kovarianzvektoren mit den jeweiligen Komponenten  $\sigma_{uw}$  und  $\sigma_{vw}$ :

$$m = \sqrt{\sigma_{uw}^2 + \sigma_{vw}^2}$$

[→ Zeitreihe M für Messhöhen]

## Austauschkoeffizient

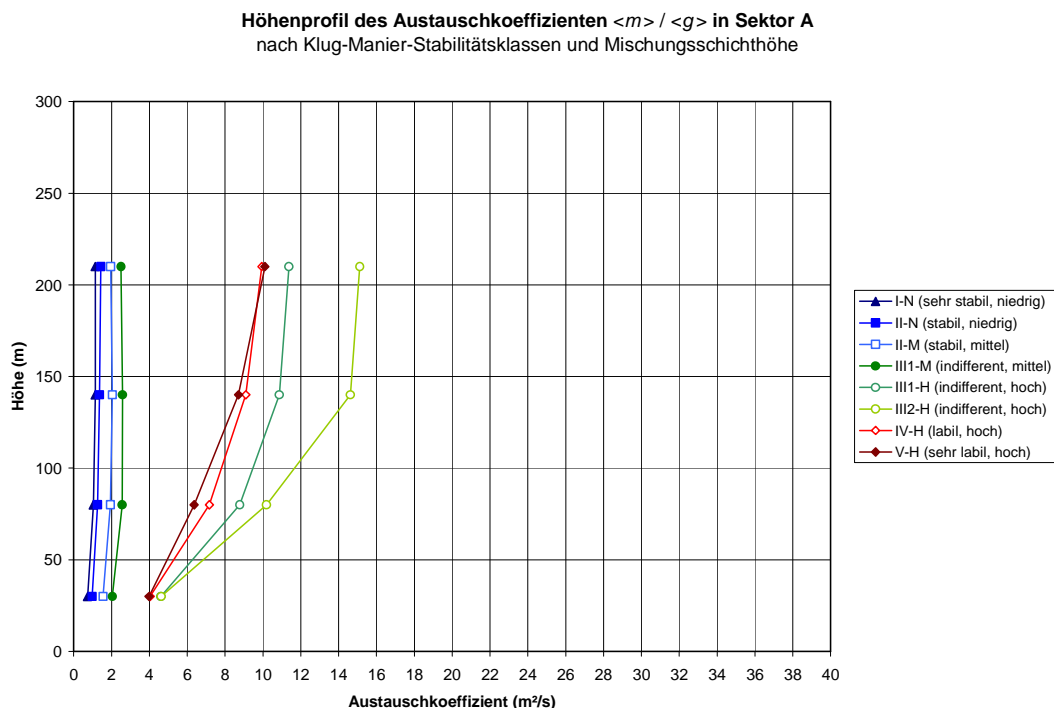
Die Berechnung des Austauschkoeffizienten als Verhältnis von Impulsfluss zu Windgradient erfolgt in der Variante

$$K = \langle m \rangle / \langle g \rangle,$$

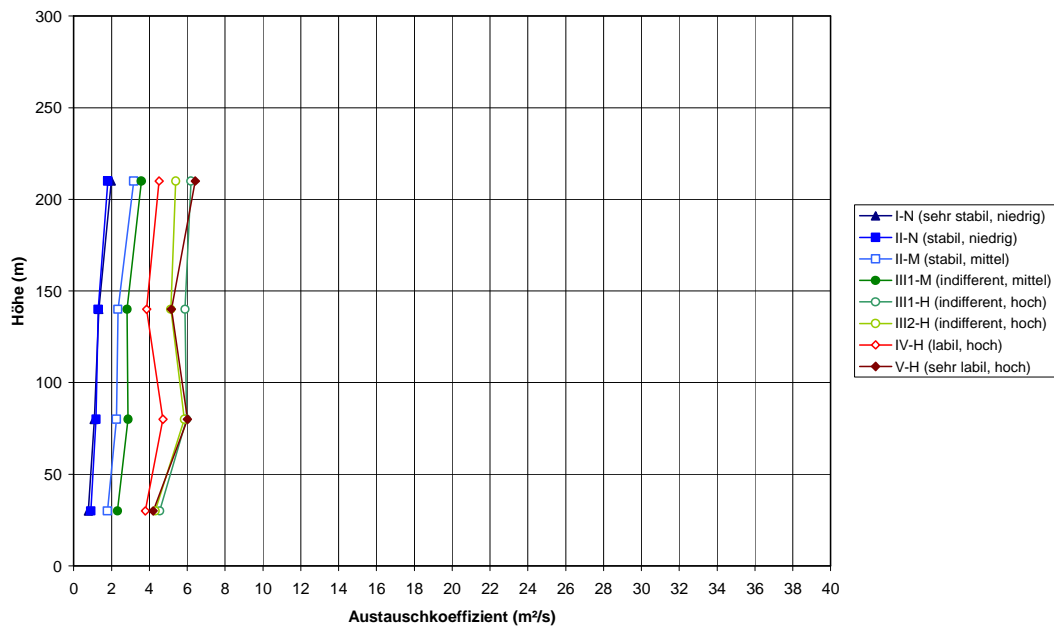
[→ Zeitreihe K]

also ebenfalls als Quotient der Klassenmittelwerte.

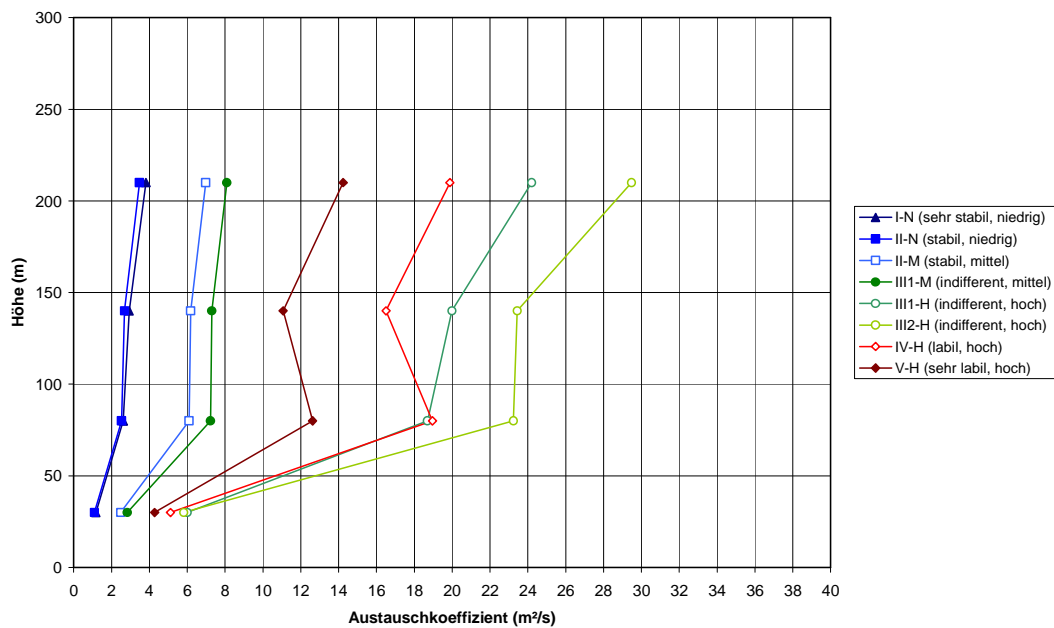
Die hier angewendeten Bestimmungsverfahren für den Windgradienten und den Impulsfluss wurden gewählt, weil sie zunächst die robustesten Ergebnisse liefern. Sie ignorieren allerdings die Vektornatur beider Größen. So können hiermit z. B. keine Counter-Gradient-Flüsse erkannt werden. Daraus ergeben sich folgende Höhenprofile für den Austauschkoeffizienten:



Höhenprofil des Austauschkoeffizienten  $\langle m \rangle / \langle g \rangle$  in Sektor B  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



Höhenprofil des Austauschkoeffizienten  $\langle m \rangle / \langle g \rangle$  in Sektor C  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



## Dissipationsrate

Die Dissipationsrate berechnet sich für jede Höhe nach der Formel

$$\varepsilon = [2\pi / (t_m (2\kappa_1)^{3/2})] \sigma_w^3 / V \quad (\text{Herleitung s. Anhang})$$

mit

$t_m = 300$  s (kleinste verfügbare Mittelungsdauer von 5 Minuten)

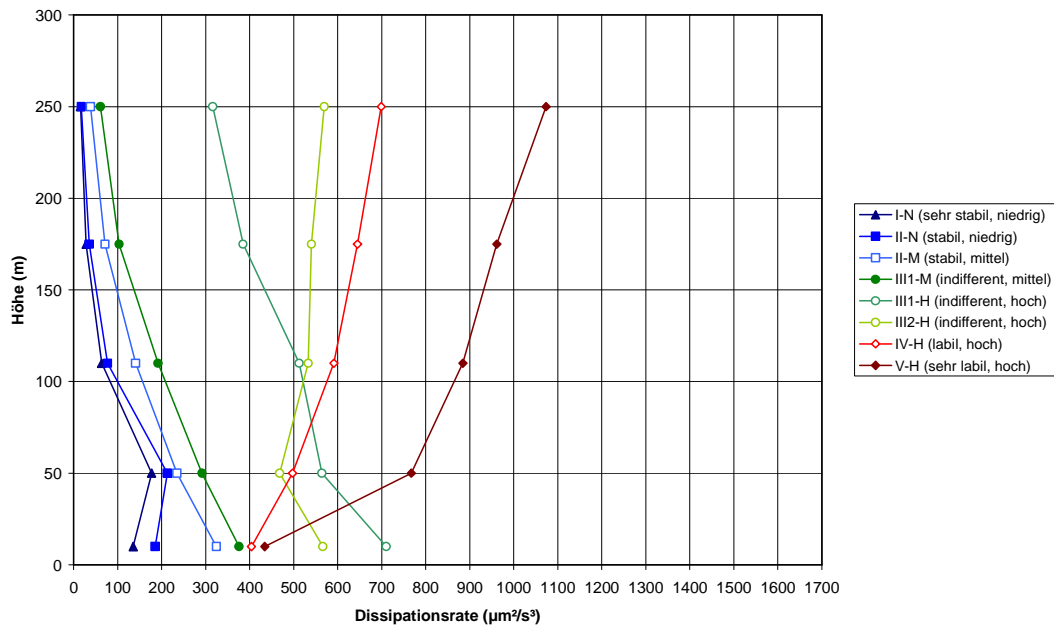
$\kappa_1 = 0,55$  (eine Kolmogorov-Konstante)

[→ Zeitreihe EPS]

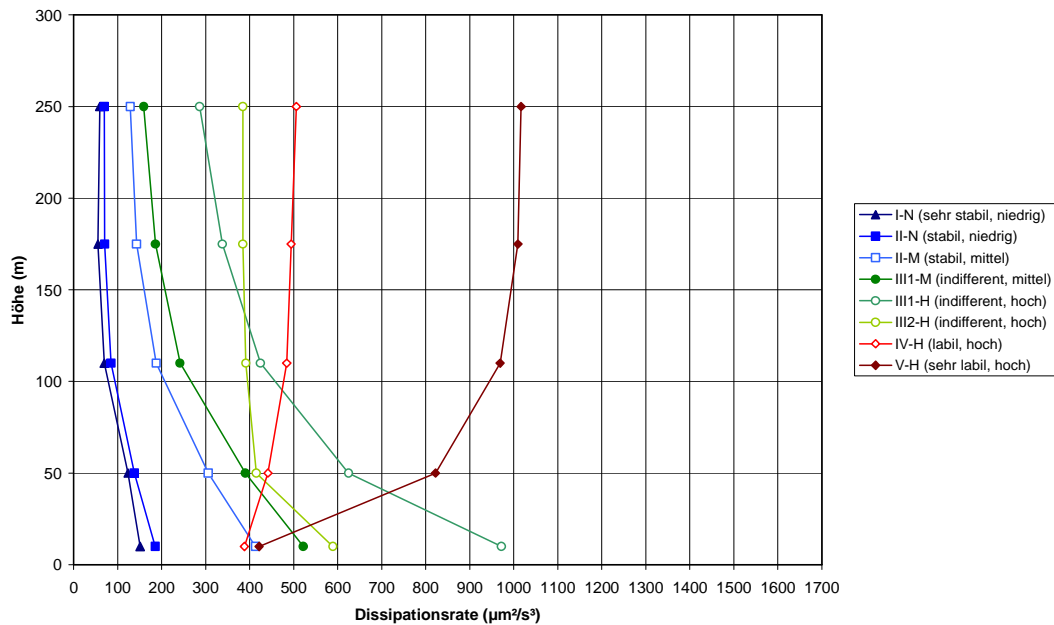
Zur Berechnung wird zunächst  $\sigma_w^3$  für jedes 5-Minuten-Intervall berechnet. Daraus erst werden arithmetische Stundenmittel berechnet, die schließlich durch die Stundenmittel der Windgeschwindigkeit geteilt werden.

Daraus ergeben sich folgende Höhenprofile:

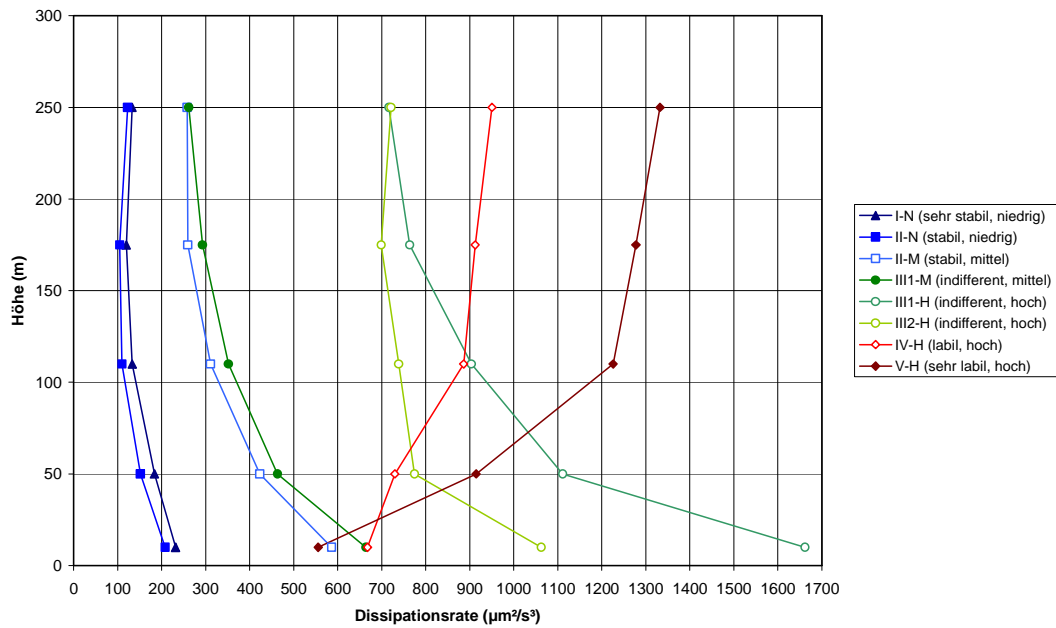
**Höhenprofil der Dissipationsrate  $c \cdot \langle \sigma^3 w \rangle / \langle p \rangle$  in Sektor A**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



**Höhenprofil der Dissipationsrate  $c \cdot \langle \sigma^3 w \rangle / \langle p \rangle$  in Sektor B**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



Höhenprofil der Dissipationsrate  $c \cdot \langle \sigma^3 w \rangle / \langle p \rangle$  in Sektor C  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



## LAGRANGESche Zeitskala

Die LAGRANGESche Zeitskala berechnet sich für die Querwind- und die Vertikalwindkomponente nach

$$\langle T_q \rangle = 2 \langle \sigma_q^2 \rangle / C_0 \langle \varepsilon \rangle$$

$$\langle T_w \rangle = 2 \langle \sigma_w^2 \rangle / C_0 \langle \varepsilon \rangle$$

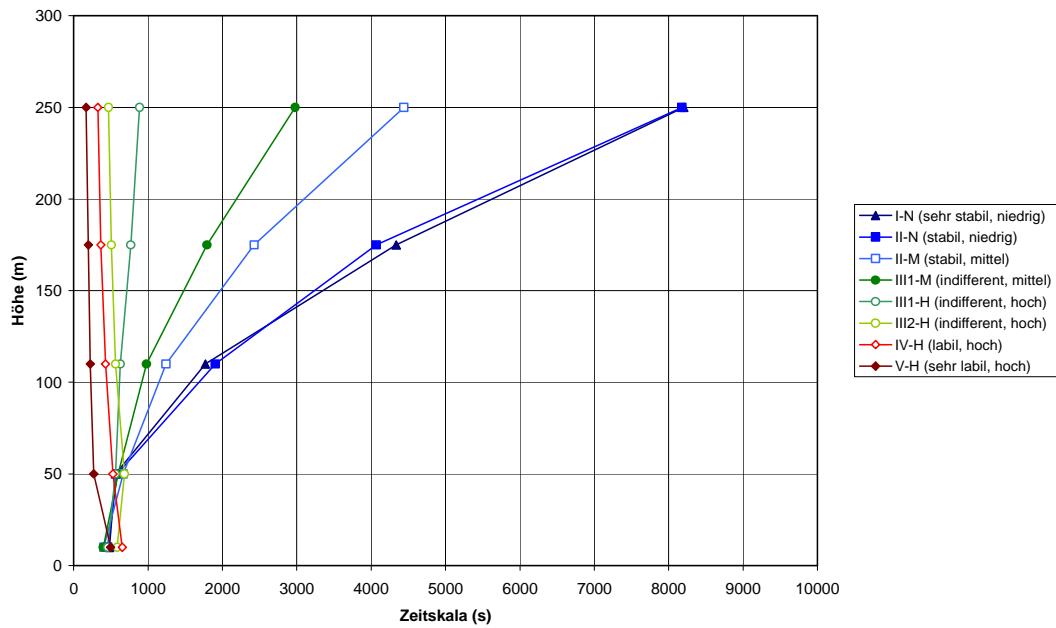
[→ Zeitreihen der Zähler: TQE und TWE]

mit

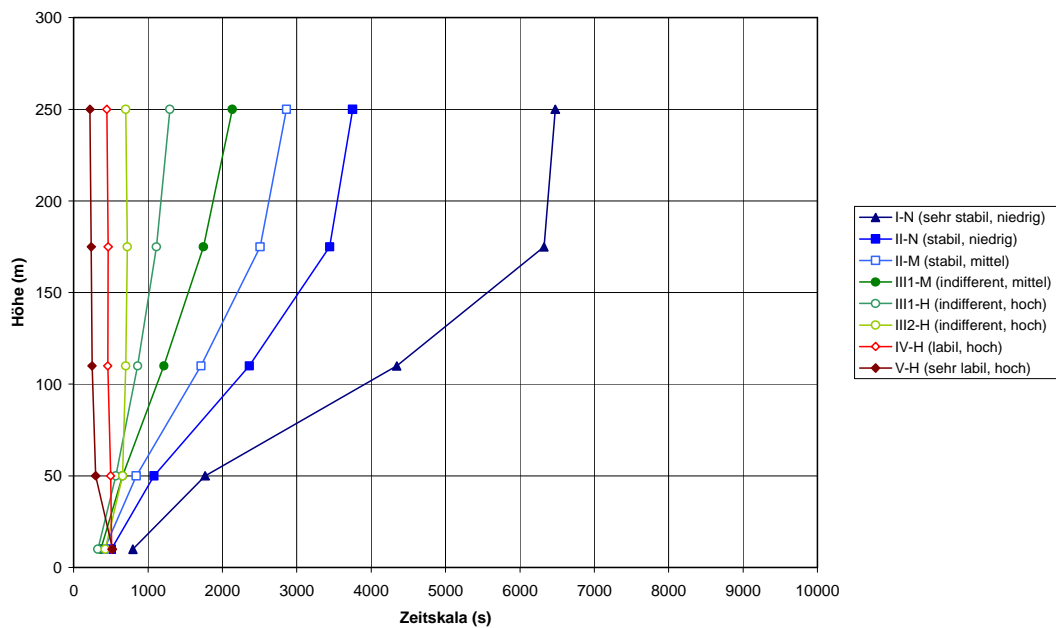
$$C_0 = 5,7 .$$

Daraus ergeben sich folgende Höhenprofile:

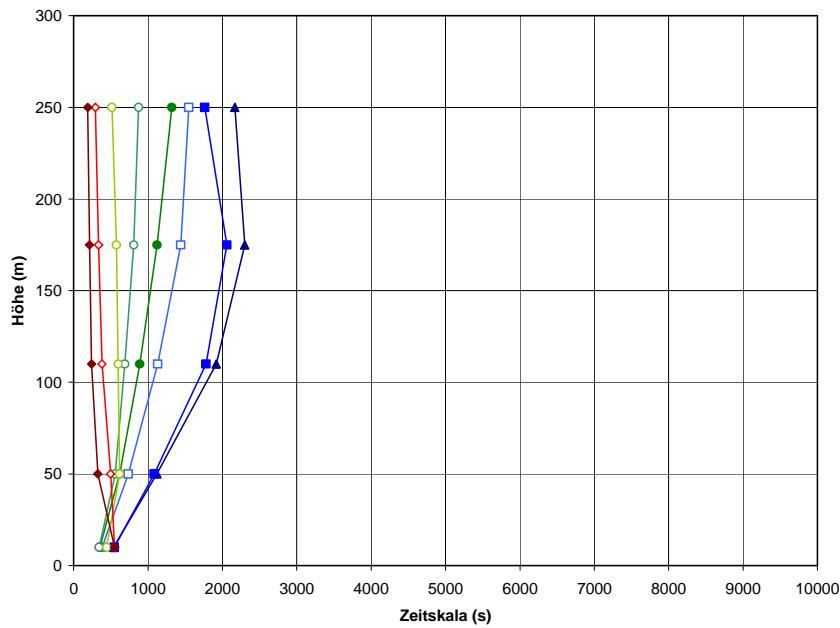
Höhenprofil der horizontalen Lagrangeschen Zeitskala  $c \cdot \langle \sigma^2 q \rangle / \langle \varepsilon \rangle$  in Sektor A  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



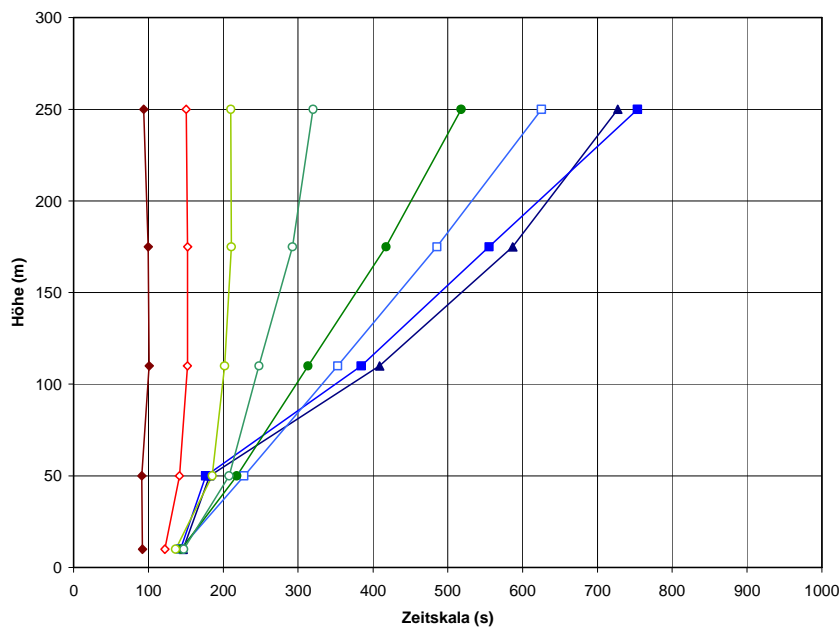
Höhenprofil der horizontalen Lagrangeschen Zeitskala  $c \cdot \langle \sigma^2 q \rangle / \langle \varepsilon \rangle$  in Sektor B  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



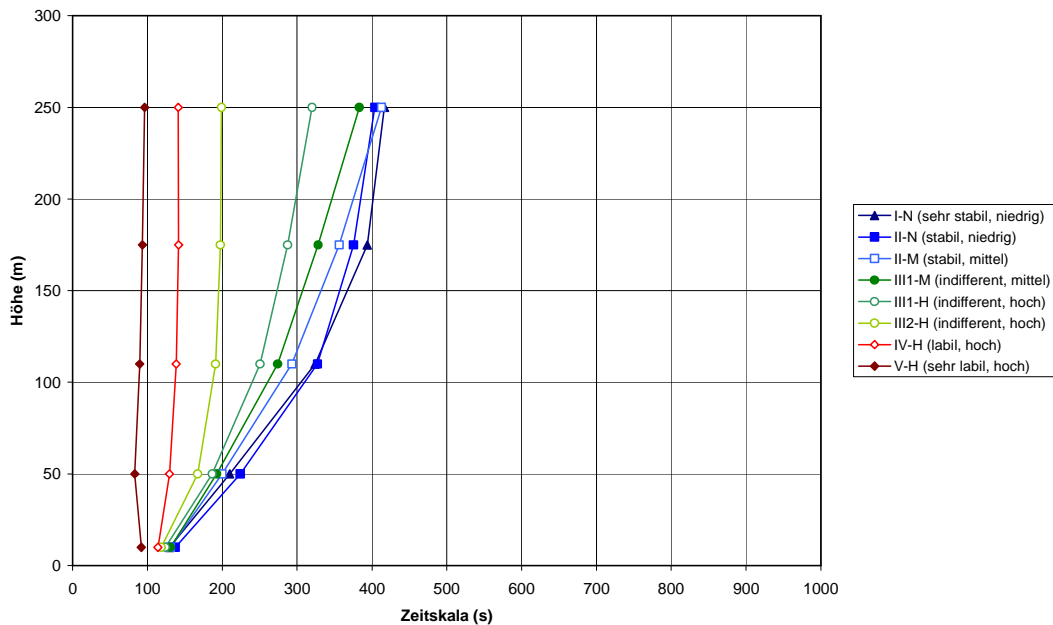
**Höhenprofil der horizontalen Lagrangeschen Zeitskala  $c \cdot \langle \sigma^2 q \rangle / \langle \varepsilon \rangle$  in Sektor C**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



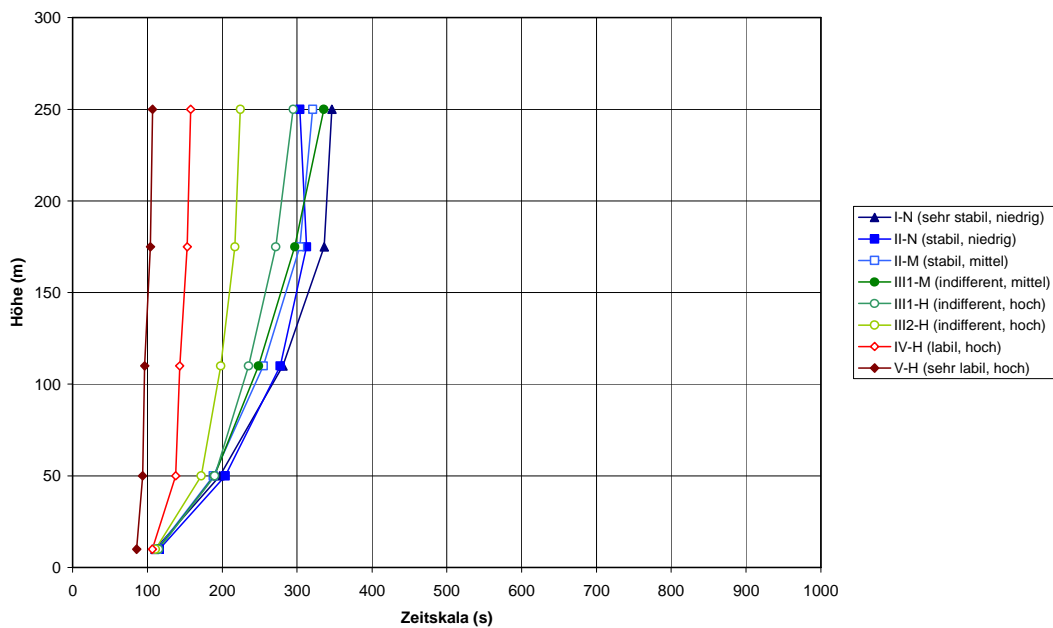
**Höhenprofil der vertikalen Lagrangeschen Zeitskala  $c \cdot \langle \sigma^2 w \rangle / \langle \varepsilon \rangle$  in Sektor A**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



Höhenprofil der vertikalen Lagrangeschen Zeitskala  $c \cdot \langle \sigma^2 w \rangle / \langle \varepsilon \rangle$  in Sektor B  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



Höhenprofil der vertikalen Lagrangeschen Zeitskala  $c \cdot \langle \sigma^2 w \rangle / \langle \varepsilon \rangle$  in Sektor C  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



## Theoretische Profile der Standardabweichung

In der VDI-Richtlinie 3783 sind Formeln für die Berechnung der Standardabweichungen angegeben. Mit Hilfe dieser Formeln werden im Folgenden Profile berechnet, die mit den direkt gemessenen Profilen vergleichbar sind.

### Konvektiver Geschwindigkeitsmaßstab $w^*$

Zunächst wird der konvektive Geschwindigkeitsmaßstab  $w^*$  berechnet nach der Formel

$$w^* = (g \sigma_{wT} h_m / T_K)^{1/3}$$

[→ Zeitreihe WSTAR]

mit

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$h_m$  Mischungsschichthöhe wie oben bestimmt ( $250 \text{ m} \leq h_m \leq 800 \text{ m}$ )

$T_K$  Temperatur in K

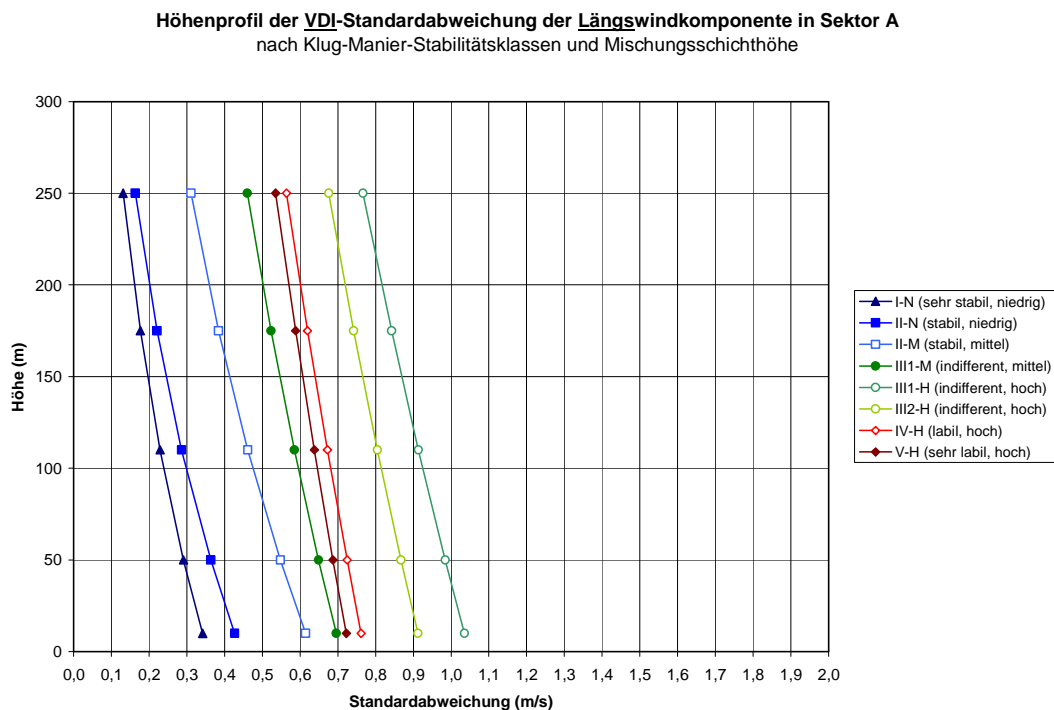
$w^*$  wird für 10 m Höhe berechnet. Für stabile Schichtung, d. h. negativen Wärmefluss  $\sigma_{wT}$ , ist  $w^* = 0$ .

## Standardabweichungen

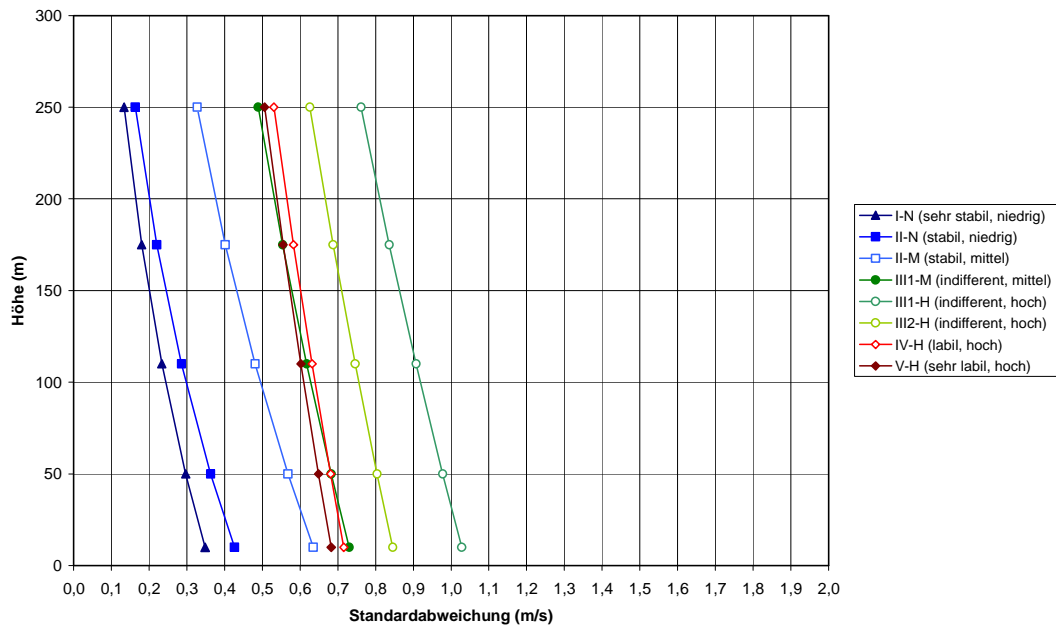
Gemäß VDI-Richtlinie 3783, Gl. 35, 36 und 37 (Seite 31 f.) werden für jede Höhe und jeden Zeitschritt die Standardabweichungen aus der Höhe,  $u^*$ ,  $w^*$  und der Mischungsschichthöhe  $h_m$  berechnet.

[→ Zeitreihen ThPSIG, ThQSIG, ThWSIG]

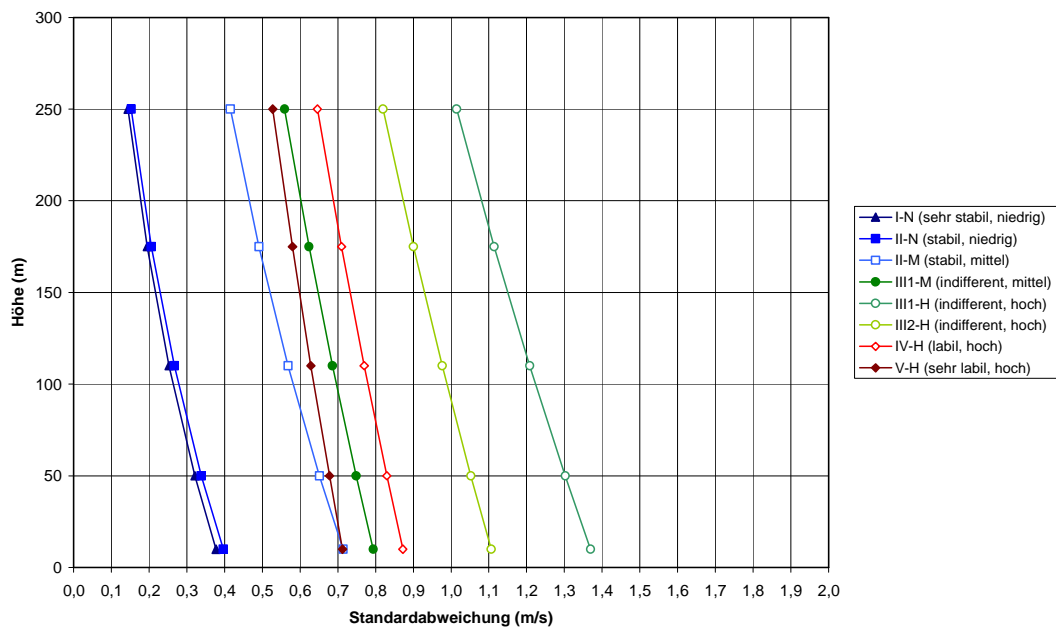
Hieraus werden wie oben Mittelwerte über die neun Klassen gebildet und als Höhenprofil dargestellt:



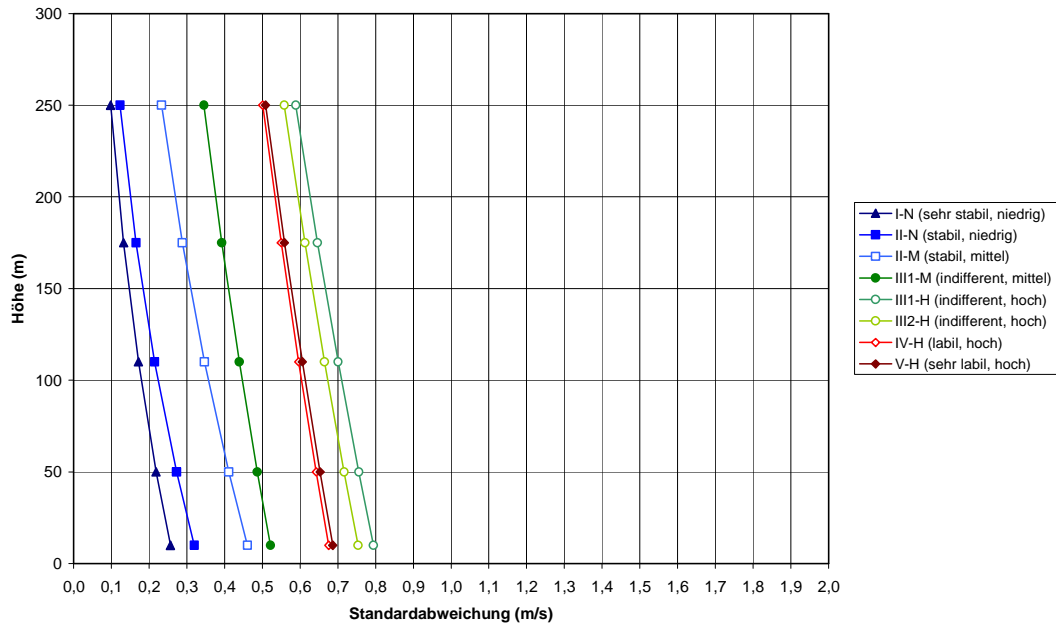
Höhenprofil der VDI-Standardabweichung der Längswindkomponente in Sektor B  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



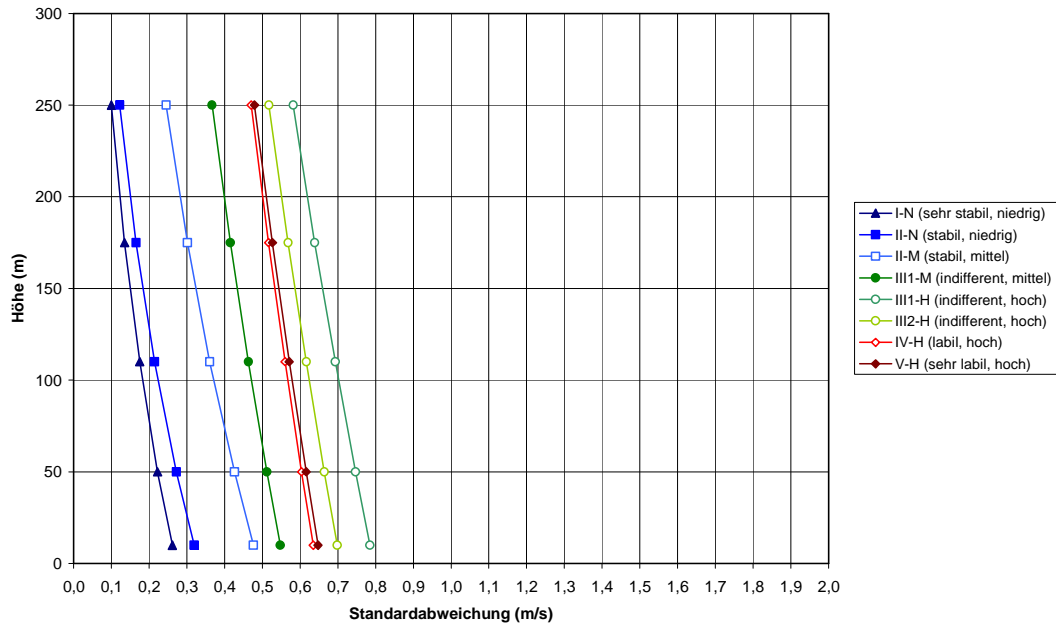
Höhenprofil der VDI-Standardabweichung der Längswindkomponente in Sektor C  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



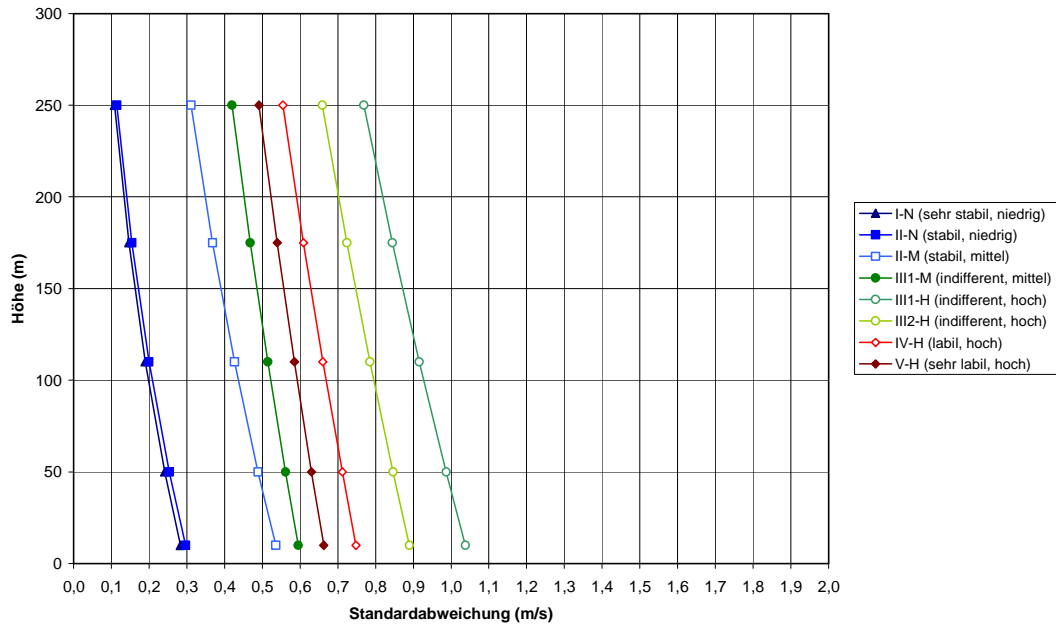
Höhenprofil der VDI-Standardabweichung der Querwindkomponente in Sektor A  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



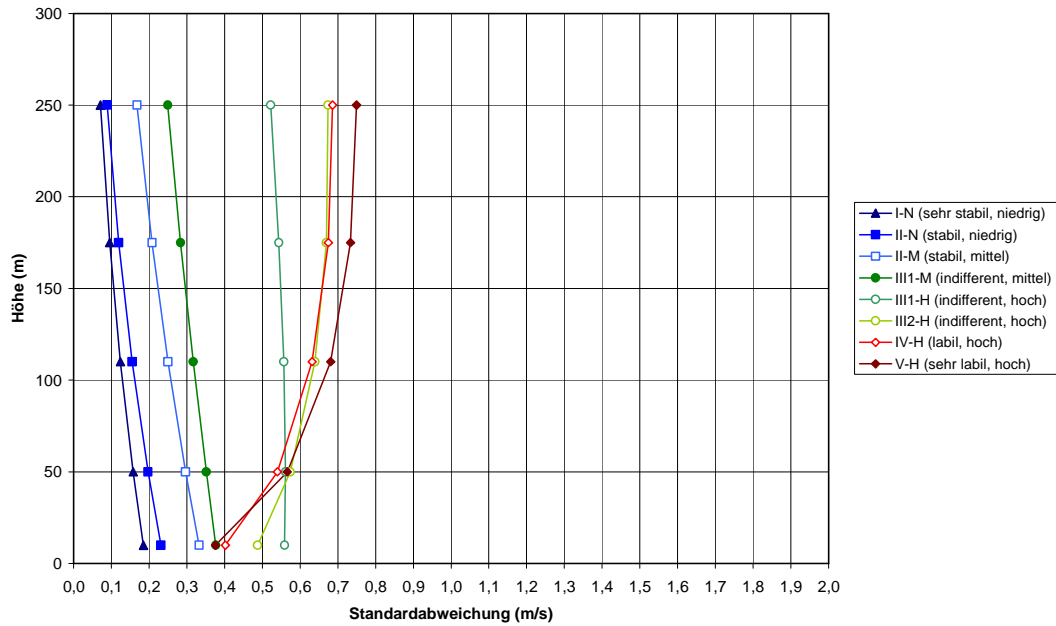
Höhenprofil der VDI-Standardabweichung der Querwindkomponente in Sektor B  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



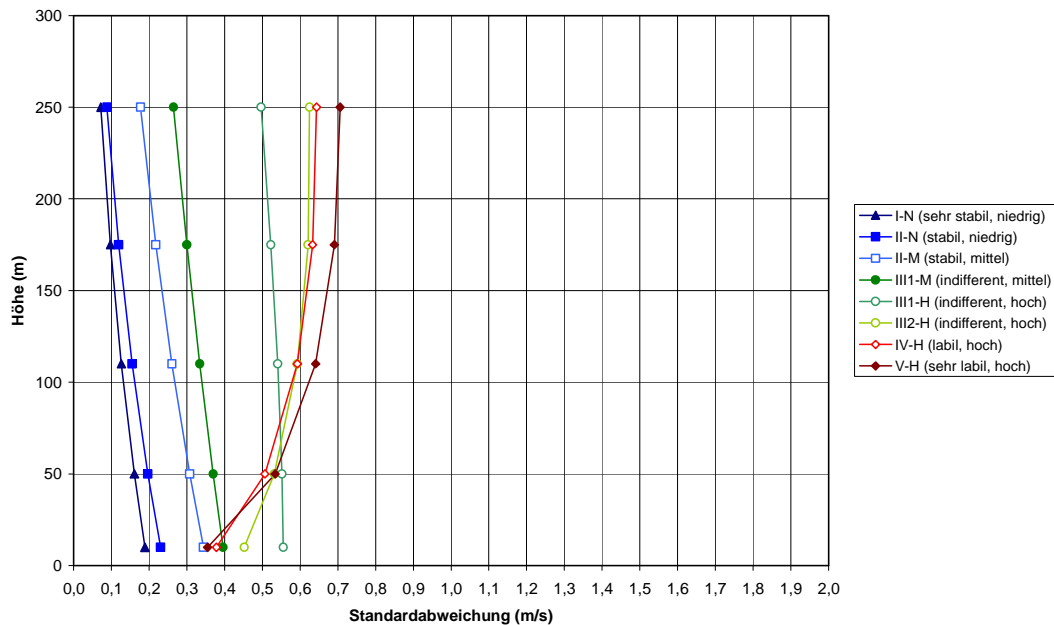
Höhenprofil der VDI-Standardabweichung der Querwindkomponente in Sektor C  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



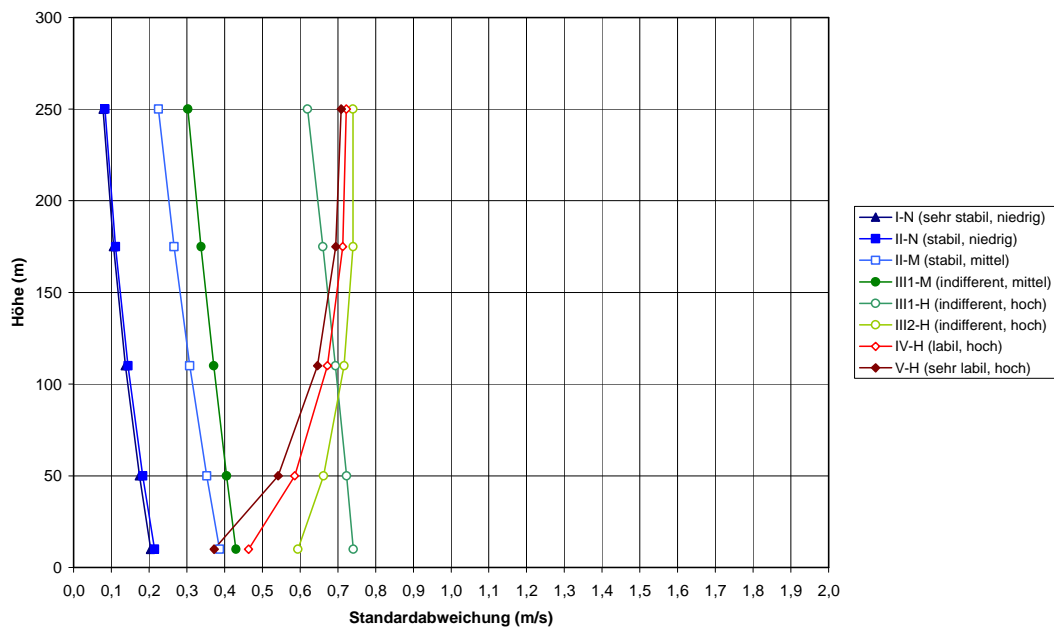
Höhenprofil der VDI-Standardabweichung der Vertikalwindkomponente in Sektor A  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



Höhenprofil der VDI-Standardabweichung der Vertikalwindkomponente in Sektor B  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



Höhenprofil der VDI-Standardabweichung der Vertikalwindkomponente in Sektor C  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



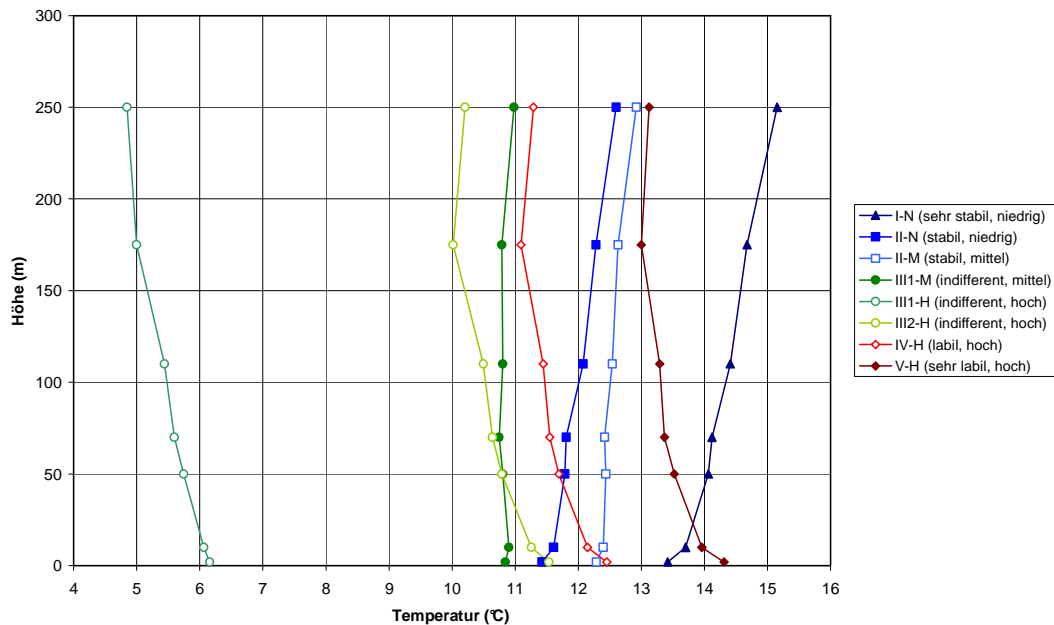
## Temperatur-Profile

Als Ergänzung zu den Ergebnissen der Windmessungen werden im Folgenden noch die Profile der Lufttemperatur gezeigt. Da eine qualitativ hochwertige Temperaturmessung mit den Ultraschallanemometern nicht möglich ist, wird dazu auf Messungen mit strahlungsgeschützten und zwangsbelüfteten Platinwiderstandsthermometern (Pt100) zurückgegriffen. Temperaturmessungen liegen zusätzlich in den Höhen 2 und 70 m vor.

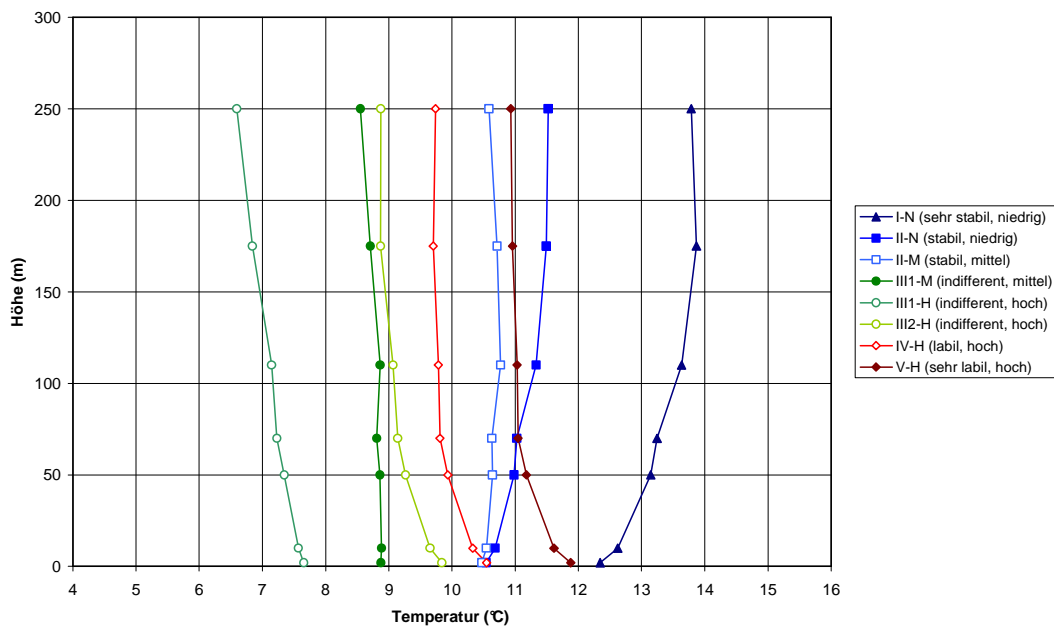
[→ Zeitreihen TT002 bis TT250]

Da Thermometer und Anemometer unabhängig voneinander betrieben werden, liegen nicht zu jeder Wind- (und damit Turbulenz-) -messung, die in die obigen Auswertungen eingeflossen ist, auch gleichzeitige Temperaturmessungen vor. Insgesamt ergeben sich 38472 Stunden, in denen Wind und Temperatur gemeinsam gemessen wurden. (Windmessungen liegen für 49349 Stunden vor.) Auf dieser Grundlage wurden die folgenden Profile erstellt.

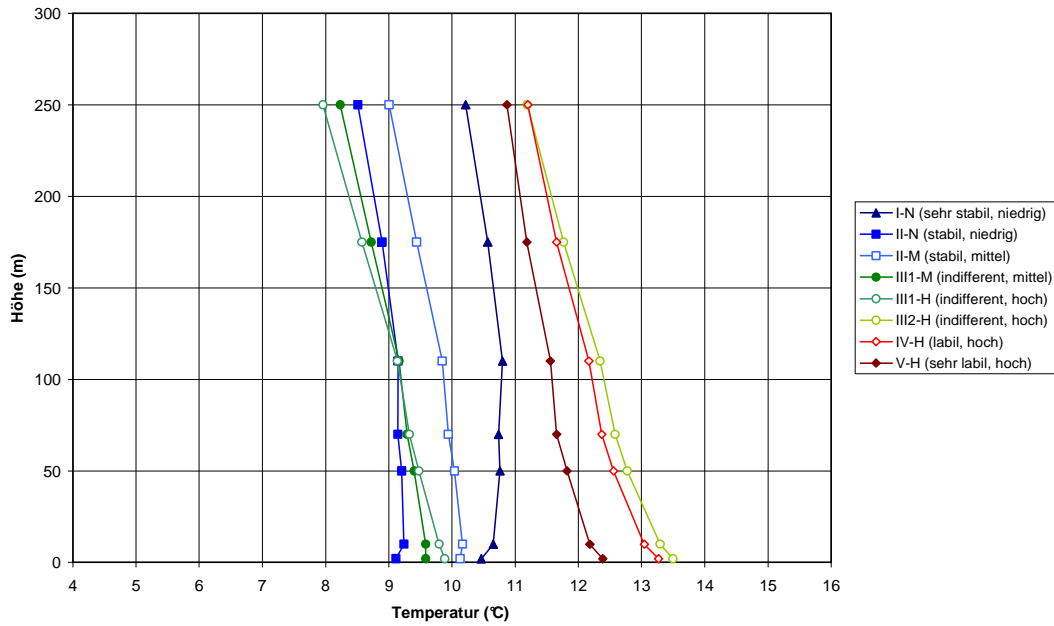
**Höhenprofil der Lufttemperatur in Sektor A**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



**Höhenprofil der Lufttemperatur in Sektor B**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



**Höhenprofil der Lufttemperatur in Sektor C**  
nach Klug-Manier-Stabilitätsklassen und Mischungsschichthöhe



## Anhang

Für die Abschätzung der LAGRANGESchen Zeitskalen wird in der RL 3783 die Verwendung von Gleichung (41) vorgeschlagen:

$$T_{Li} = \frac{2\sigma_{ui}^2}{C_0 \varepsilon} \quad 3783/8 \text{ (41)}$$

Dabei steht  $i = 1, 2, 3$  für die Richtungen der drei Windkomponenten,  $\sigma_{ui}^2$  ist die Varianz der jeweiligen Windkomponente,  $\varepsilon$  die Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie und  $C_0$  eine empirische Konstante.

Für die Abschätzung von  $\varepsilon$  wird dort Gleichung 3783/8 (42) angegeben. Bei der Verfügbarkeit von Turbulenzmessungen an einem Mast in der jeweils interessierenden Höhe ist es nicht nötig, die Dissipationsrate nach dieser Gleichung abzuschätzen, sondern es besteht die Möglichkeit, die Dissipationsrate aus direkten Messungen der hochfrequenten turbulenten Schwankungen zu gewinnen, d. h. ohne Anwendung von Budgetgleichungen oder Annahmen über die Produktion oder Parametrisierungen von Profilen. Nach KOLMOGOROV (1941) ist die eindimensionale spektrale Varianz im *Inertial Subrange* mit der Dissipationsrate wie folgt verknüpft:

$$F_v(k_1) = F_w(k_1) = (4/3)F_u(k_1) = (4/3)\alpha_1 \varepsilon^{2/3} k_1^{-5/3} \quad (1)$$

Dabei ist  $k_1$  die turbulente Wellenzahl, die mit einem Punktsensor (wie z. B. einem Ultraschallanemometer) erfasst werden kann und die mit der messbaren spektralen Frequenz  $f$  mit Hilfe der TAYLOR-Hypothese verknüpft wird

$$k_1 = \frac{2\pi}{u} f \quad (2)$$

und  $\alpha_1$  ist eine KOLMOGOROV-Konstante, für die Werte zwischen 0,5 und 0,6 ermittelt wurden, und  $u$  ist der mittlere Wind. Es ist nach Gl. (1) gleichgültig, welche Windkomponente für die Bestimmung der Dissipationsrate verwendet wird. Für die weitere Diskussion wählen wir die Vertikalkomponente.

Da mit einem Punktsensor primär Zeitreihen gemessen werden, führt die Spektralanalyse zu Frequenzspektren (und nicht zu Wellenzahlspektren). Daher muss in Gl. (1) die unabhängige Variable  $k_1$  mit Hilfe von Gl. (2) durch  $f$  ersetzt werden, wobei zu beachten ist, dass es sich in Gl. (1) um spektrale Dichten handelt:

$$F_w(f) = (4/3)\alpha_1 \left( \frac{u}{2\pi} \right)^{2/3} \varepsilon^{2/3} f^{-5/3} \quad (3)$$

Da einzelne Spektralwerte aus prinzipiellen Gründen mit einer hohen statistischen Unsicherheit belegt sind, wird man in der Praxis den gesamten *Inertial Subrange* zur Bestimmung von  $\varepsilon$  verwenden, zum Beispiel gemäß

$$\varepsilon^{2/3} = \left\langle F_w(f) f^{5/3} \right\rangle_{IS} \frac{3}{4\alpha_1} \left( \frac{2\pi}{u} \right)^{2/3} \quad (4)$$

wobei  $\langle \rangle_{IS}$  der Mittelwert über alle Werte im *Inertial Subrange* ist. Die untere

Frequenzgrenze wird dadurch erkannt, dass  $\langle F_w(f) f^{5/3} \rangle_{IS}$  systematisch abfällt. Ein gewisses Problem bestünde darin, in der Praxis zwischen einem systematischen Abfall und stochastischen Fluktuationen zu unterscheiden. Hierfür gäbe es aber bewährte Realtime-Algorithmen mit wenig Rechenaufwand.

Bei den historischen Messungen am Wettermast Hamburg ist zu beachten, dass die für das obige Verfahren erforderlichen Spektren nicht verfügbar sind, sondern nur zweite Momente und Mittelwerte. Die zweiten Momente stellen Integrale über die entsprechenden Spektren dar. Die Mittelungszeit  $t_m$  entspricht dabei der unteren Integrationsgrenze  $f_m \approx 1 / t_m$ . Die obere Integrationsgrenze ergibt sich zwar aus der NYQUIST-Frequenz der Ultraschallanemometer, sie darf aber wegen der Abhängigkeit der spektralen Leistung  $\propto f^{-5/3}$  ohne nennenswerten Fehler gleich unendlich gesetzt werden. So gilt für die mit dem Ultraschallanemometer gemessene Varianz der Vertikalkomponente im *Inertial Subrange*

$$\sigma_{w,IS}^2 = \frac{4}{3}\alpha_1 \left( \frac{u}{2\pi} \right)^{2/3} \varepsilon^{2/3} \int_{f_m}^{\infty} f^{-5/3} df = \frac{4}{3}\alpha_1 \left( \frac{u}{2\pi} \right)^{2/3} \varepsilon^{2/3} \frac{3}{2} f_m^{-2/3} \quad (5)$$

oder

$$\varepsilon = \frac{2\pi f_m}{(2\alpha_1)^{3/2}} \frac{\sigma_{w,IS}^3}{u} \quad (6)$$

Gl. (6) ist allerdings nur dann korrekt, wenn die untere Grenzfrequenz  $f_m$  noch im *Inertial Subrange* liegt. Messungen der Windvarianz liegen mit einer Mittelungszeit von 5 Minuten vor. Damit dürfte diese Bedingung meistens erfüllt sein. Lediglich bei größeren Windgeschwindigkeiten und niedrigen Messhöhen ist Vorsicht geboten. Wünschenswert wäre eine kürzere Mittelungszeit. Solche Daten werden nach Modernisierung der Datenaufzeichnung in Zukunft vorliegen.

Für die Bestimmung der LAGRANGESchen Zeitskala nach Gl. 3783/8 (41) wird nun außerdem die Varianz der entsprechenden Windkomponente  $\sigma_{wi}$  benötigt. Im Gegensatz zur Bestimmung von  $\varepsilon$  ist es hier wichtig, dass die Mittelungszeit ausreichend lang ist, so dass keine tieffrequenten Turbulenzanteile unterdrückt werden. Aus praktischen Gründen wird für Realtime-Anwendungen eine Mittelungszeit zwischen 10 und 60 Minuten in Frage kommen. Insbesondere bei Schwachwindsituationen kann dies dennoch zu einer Unterschätzung von  $T_{Lj}$  führen.

**Anmerkung:**

Ein alternativer, z. B. von RAUPACH (1989) gewählter Ansatz zur Abschätzung von  $T_{Li}$  verwendet den Zusammenhang zwischen der LAGRANGESchen und der (messbaren) EULERSchen Zeitskala  $T_E$ . Für die Vertikalkomponente gilt z. B.

$$T_{L3} \approx u T_{E3} / \sigma_w \quad (7)$$

mit

$$T_{E3} = \frac{1}{\sigma_w^2} \int_0^\infty \overline{w'(t)w'(t+t')} dt' \quad (8)$$

Leider ist  $T_E$  aus den historischen Daten des Wettermasts Hamburg nicht ableitbar.

### **Literatur:**

KOLMOGOROV, A. N., 1941: *The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very high Reynolds numbers*, Doklady ANSSSR, 30, 301–304.

RAUPACH, M. R., 1989: *Applying Lagrangian fluid mechanics to infer scalar source distributions from concentration profiles in plant canopies*, Agric. For. Meteor., 47, 85–108.